

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE EDUCAÇÃO

TESE DE DOUTORADO

**O CONHECIMENTO MATEMÁTICO E O USO DE
JOGOS NA SALA DE AULA**

Regina Célia Grandó

2000

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE EDUCAÇÃO

TESE DE DOUTORADO

**O CONHECIMENTO MATEMÁTICO E O USO DE
JOGOS NA SALA DE AULA**

Autora: Regina Célia Grandó

Orientadora: Prof^a Dr^a Lucila Diehl Tolaine Fini

Este exemplar corresponde à redação final da tese defendida por Regina Célia Grandó e aprovada pela Comissão Julgadora.

Data: ___/___/___

Assinatura: _____

Comissão Julgadora:

2000

**CATALOGAÇÃO NA FONTE ELABORADA PELA BIBLIOTECA
DA FACULDADE DE EDUCAÇÃO/UNICAMP**

G764c Grando, Regina Célia.
O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula / Regina Célia Grando. -- Campinas, SP : [s.n.], 2000.

Orientador : Lucila Diehl Tolaine Fini.
Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas,
Faculdade de Educação.

1. Educação matemática. 2. Jogos. 3. Matemática - Estudo e ensino. 5. Psicologia. I. Fini. Lucila Diehl Tolaine.
II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação.
III. Título.

“Cresci num sítio e estudei em escolas simples. Meu pai tinha o hábito de contar histórias depois do jantar. Eu ficava deitado na rede e deixava a imaginação voar.” ... Será que um dia teremos um dirigente educacional capaz de perceber que redes são mais baratas que computadores e que professores felizes e bem remunerados não dão aulas, mas contam lindas histórias das artes e das ciências?

Extraído do artigo “Onde anda a imaginação?”, por Luiz Barco, revista Superinteressante, Maio de 1998.

Dedico esta tese a minha pequena, grande família, Luciano, Ana Paula e Tiago.

AGRADECIMENTOS

Aos meus queridos alunos, por me permitirem aprender tanto sobre o ser professora. Em especial, aos sujeitos desta pesquisa, Isa, Mar, Gab, Teo, Jo, Ju, Ra e Mari, por nos termos divertido bastante!

A toda a minha família e, em especial, aos meus pais, por me mostrarem o valor de uma conquista, do conhecimento e do amor, sempre me incentivando a crescer.

Ao meu pai, pelo carinho e respeito com que corrigiu este texto.

A minha orientadora, pela paciência e incentivo na realização desta pesquisa.

A minha amiga Eleonora, por ter participado ativa e entusiasmadamente deste trabalho.

Aos amigos da Escola do Sítio, pelo apoio e pela torcida.

Ao meu eterno mestre e amigo Teacher Sergio Lorenzato, obrigada por tudo.

Aos membros da banca examinadora, pela paciência, disposição e contribuições.

Aos meus amigos, por sempre confiarem em mim.

Ao Lu, Ana e Ti, obrigada por me ensinarem a jogar um novo jogo, delicioso... conviver com vocês.

RESUMO

Os jogos fazem parte do nosso contexto cultural. No âmbito desta pesquisa, o interesse se volta para o jogo pedagógico, mais especificamente, para o jogo no ensino da Matemática. O ambiente de pesquisa é a sala de aula, o instrumento é o jogo e a investigação surge da necessidade de compreensão dos aspectos cognitivos envolvidos na utilização deste instrumento na aprendizagem Matemática. Investigam-se os processos desencadeados na construção e/ou resgate de conceitos e habilidades matemáticas a partir da intervenção pedagógica com jogos de regras. Os sujeitos da pesquisa foram 8 alunos da 6ª série (11/12 anos) do Ensino Fundamental, realizando atividades de intervenção pedagógica com dois jogos matemáticos (Contig 60[®] e Nim). Os dados foram analisados qualitativamente, segundo unidades de análise pré-definidas no estudo piloto. Os resultados mostraram o processo desencadeado na construção dos procedimentos e conceitos matemáticos, pelos sujeitos, em situações de jogo.

ABSTRACT

Games are part our cultural environment. This research focuses on pedagogical game, precisely the mathematics teaching games. The research setting is the classroom. The game itself is a tool. The need of searching comes from the seek of comprehension of the cognition process involved during the game use in mathematics learning. The process that happens in the building and/or the recollection of mathematical concepts and skills investigated. This process shows up during pedagogical intervention with games. There were 8 students involved in this research. They were Elementary School (11/12 years old). Two mathematical pedagogical games were played with the students: Contig 60[®] and Nim. The data analysis was qualitative, according to pre-defined analyzer unities taken form previous test. The results showed the process that happens in mathematical concepts building.

ÍNDICE

INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO I: A inserção do jogo nos processos de ensino-aprendizagem da Matemática..	9
1.1. O Jogo: suporte metodológico para as aulas de Matemática	16
CAPÍTULO II: O jogo na educação: aspectos didático-metodológicos do jogo na Educação Matemática	19
2.1. Jogo e desenvolvimento cognitivo	20
2.2. Jogo no ensino da Matemática	26
2.3. Cooperação no jogo de regras	30
2.4. A análise de possibilidades no jogo de regras	40
2.5. O “erro” na situação de jogo	41
2.6. “Momentos” de jogo	43
2.7. Cálculo mental e jogo	57
CAPÍTULO III: O conceito matemático e o jogo na sala de aula	53
CAPÍTULO IV: Construindo a investigação	61
4.1. O enfoque qualitativo da pesquisa	62
4.2. Sujeitos	62
4.3. Instrumentos e procedimentos	64
4.4. Material	69
4.5. Estudo-piloto	70

CAPÍTULO V: Resultados e análise dos dados.....	73
5.1. Sobre a caracterização dos sujeitos:.....	73
5.2. Apresentação e análise dos resultados.....	74
5.2.1. Jogo 1: Contig 60[®]	76
Regras do jogo.....	76
Características do jogo.....	77
Atividade de reconhecimento do tabuleiro e da situação de jogo.....	78
Jogando e construindo conceitos nas intervenções.....	95
Identificando as unidades de análise.....	96
“Jogando com competência”.....	180
5.2.2. Jogo 2: NIM.....	187
Regras do jogo.....	188
Características do jogo.....	188
Jogando e construindo conceitos nas intervenções.....	190
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	201
BIBLIOGRAFIA.....	211
ANEXOS.....	219

INTRODUÇÃO

As atividades lúdicas são inerentes ao ser humano. Cada grupo étnico apresenta sua forma particular de ludicidade, sendo que o jogo se apresenta como um objeto cultural. Por isso, encontramos uma variedade infinita de jogos, nas diferentes culturas e em qualquer momento histórico.

A necessidade do Homem em desenvolver as atividades lúdicas, ou seja, atividades cujo fim seja o prazer que a própria atividade pode oferecer, determina a criação de diferentes jogos e brincadeiras. Esta necessidade não é minimizada ou modificada em função da idade do indivíduo. Exercer as atividades lúdicas representa uma necessidade para as pessoas em qualquer momento de suas vidas. Se observarmos nossas atividades diárias, identificamos várias atividades lúdicas sendo realizadas. Por exemplo, ouvimos música, cantamos, brincamos com o nosso bicho de estimação, caminhamos pela rua, às vezes nos equilibrando no meio-fio, ou saltamos nas pedras das calçadas, pisando sempre nas que têm a mesma cor, ou, ainda, controlamos os nossos passos segundo um ritmo que determinamos. Todas essas atividades representam brincadeiras que fazemos com nós mesmos, como os jogos que criamos.

Definir o jogo, objeto de atenção desta pesquisa, torna-se um desafio. Estudo sobre o jogo no processo ensino-aprendizagem da Matemática (Grando,1995) mostrou a variedade de concepções e definições sobre o que seja jogo e as perspectivas diversas de análise filosófica, histórica, pedagógica e psicológica, na busca da compreensão do significado do jogo na vida humana. Autores como Huizinga (1990), Caillois (1990) e Chateau (1987) buscaram estabelecer características que definiram atividades como jogo. Para Huizinga (1990), o jogo é anterior ainda à cultura e esta surge a partir do jogo. Ele explicita a noção de jogo “*como um fator distinto e fundamental, presente em tudo o que acontece no mundo (...) é no jogo e pelo jogo que a civilização surge e se desenvolve*” (Huizinga,1990:prefácio). Para esse filósofo, o jogo faz parte da cultura e gera a própria cultura. Huizinga identifica uma atividade como sendo jogo, da seguinte forma:

“Atividade livre, conscientemente tomada como não-séria e exterior à vida habitual, mas ao mesmo tempo capaz de absorver o jogador de maneira intensa e total. É uma atividade desligada de todo e qualquer interesse material, com a qual não se pode obter qualquer lucro, praticada dentro dos limites espaciais e temporais próprios, segundo uma certa ordem e certas regras.” (Huizinga,1990:p.16)

A partir desta definição, ele pôde categorizar, como jogo, muitas das manifestações humanas, como, por exemplo, qualquer tipo de competição, o Direito (competição judicial), a produção do conhecimento (enigmas), a poesia (“jogos de palavras”), a arte, a filosofia e a cultura. Na verdade, nesta concepção de Huizinga, poderíamos categorizar quase tudo como sendo jogo.

No âmbito desta pesquisa, o interesse se volta para o jogo no ensino da Matemática. Gardner (1961), matemático recreacionista, define: *“pode-se dizer que os jogos matemáticos ou “as matemáticas recreativas” são matemáticas – não importa de que tipo – carregadas de um forte componente lúdico”* (Gardner,1961:p.XI). É justamente esta forma de “fazer matemática” presente nas situações lúdicas, de jogo, que será resgatada nesta pesquisa. O ambiente é a sala de aula, o instrumento é o jogo e a investigação surge da necessidade de compreensão dos aspectos envolvidos na utilização deste instrumento no processo ensino-aprendizagem da Matemática.

Pensar na atividade com jogos como uma metodologia, ou, mesmo, uma teoria recentemente discutida, é um grande equívoco. Platão já acreditava na ação dos jogos educacionais ao ensinar seus “discípulos”, através de jogos com palavras e/ou jogos lógicos (dialética). Comenius (1997), talvez o pedagogo mais expressivo do século XVII, segundo educadores como Piaget (1998), em sua célebre obra “Didática Magna”, discute os princípios didáticos “infalíveis” para a aprendizagem do aluno, e, dentre eles, aborda a utilização de materiais, simulações (jogos) e situações concretas como fontes enriquecedoras de aprendizagem com facilidade e solidez. De lá pra cá, o jogo foi tomando espaço nas discussões teóricas como um possível instrumento de ensino-aprendizagem e assumindo concepções teóricas e formas de inserção no ambiente escolar as mais variadas possíveis.

A definição de uma metodologia de trabalho com jogos na sala de aula somente começa a ser possível de ser discutida com os avanços no campo da Psicologia, onde o indivíduo passa a ser o dinamizador do seu próprio processo de aprendizagem e não mais um mero assimilador de conhecimentos transmitidos. Os educadores necessitam conhecer determinados componentes internos dos seus alunos para orientarem a aprendizagem deles, de maneira significativa. As

contribuições no campo da Psicologia surgem de teóricos, tais como: Piaget, Vygotsky, Montessori, Decroly e Fröbel.

Alguns teóricos, baseando-se nas concepções dos autores acima citados, partem para uma discussão sobre a importância do jogo e da brincadeira para o desenvolvimento da criança, como os estudos de Leontiev (1991) e Kamii (1991).

Na concepção desses autores, os jogos, as brincadeiras, enfim, as atividades lúdicas exercem um papel fundamental para o desenvolvimento cognitivo, afetivo, social e moral das crianças, representando um momento que necessita ser valorizado nas atividades infantis. O que se observa é que a criança, quando vai à escola, leva consigo um grande conhecimento sobre as brincadeiras e os jogos que está acostumada a praticar em sua casa, ou na rua, com seus colegas. É comum observarmos, no recreio, muitas destas brincadeiras se desenvolvendo. A questão que nos surge é: Por que, "no recreio", e não "na sala de aula"? Será que não poderíamos pensar em desenvolver um trabalho com esses jogos visando a construção de alguns conceitos e/ou habilidades matemáticas, tradicionalmente trabalhados pela escola? Será que estas crianças não ficariam muito mais interessadas a aprender se fosse através das próprias brincadeiras que elas estão acostumadas a fazer, ou de atividades semelhantes? Ou ainda, será que a sala de aula poderia ser um ambiente propício à reflexão e análise do jogo, a partir da intervenção pedagógica do professor responsável pelo grupo de alunos?

Analisando as possibilidades do jogo no ensino da Matemática, em Grandó (1995), foi possível perceber vários momentos em que as crianças, de uma maneira geral, exercem atividades com jogos em seu dia-a-dia, fora das salas de aula. Muitos destes jogos cultural-espontâneos, apresentam-se impregnados de noções matemáticas que são simplesmente vivenciadas pela criança durante sua ação no jogo. Por outro lado, nota-se que a escola se mostra alheia a este fato, em muitos momentos, desprezando ou até mesmo "punindo" tais atividades.

Neste trabalho, pretende-se **investigar os processos desencadeados na construção e/ou resgate de conceitos e habilidades matemáticas a partir da intervenção pedagógica com jogos de regras**. Destaca-se a compreensão dos aspectos cognitivos envolvidos na utilização do jogo na aprendizagem matemática e nas situações de análise de jogo propostas durante a intervenção pedagógica. Entende-se por análise de jogo a reflexão desenvolvida pelos sujeitos sobre os procedimentos utilizados na elaboração de estratégias e resolução de situações-problema presentes no jogo ou definidas a partir dele.

A intervenção do professor no jogo pode ser um fator determinante na transformação do jogo espontâneo em pedagógico. No contexto desta pesquisa, partiu-se das abordagens de Moura, M. (1992a) sobre o jogo pedagógico, o qual busca estabelecer uma definição para este tipo de jogo que transcende a definição que tradicionalmente entende o jogo como sendo diferente de uma situação de trabalho, valorizando também a dimensão lúdica do jogo como auxiliar do ensino. Nesse sentido, define: "*o jogo pedagógico como aquele adotado intencionalmente de modo a permitir tanto o desenvolvimento de um conceito matemático novo como a aplicação de outro já dominado pela criança.*" (Moura, M., 1992a: p.53).

A intenção, segundo Moura, parte do professor, sendo estabelecida segundo seu plano de ensino que esteja vinculado a um projeto pedagógico da escola, como um todo. O objetivo do jogo é definido pelo educador através de sua proposta de desencadeamento da atividade de jogo, que pode ser o de construir um novo conceito ou aplicar um já desenvolvido. Assim sendo, um mesmo jogo pode ser utilizado, num determinado contexto, como construtor de conceitos e, num outro contexto, como aplicador ou fixador de conceitos. Cabe ao professor determinar o objetivo de sua ação, pela escolha e determinação do momento apropriado para o jogo. Neste sentido, o jogo transposto para o ensino passa a ser definido como jogo pedagógico.

Considera-se que o jogo espontâneo também tem seu valor pedagógico. Entretanto, nesta pesquisa, a discussão que se processa é quanto ao processo de intervenção pedagógica a ser estabelecido, possibilitando uma releitura do jogo, num contexto de aprendizagem matemática em sala de aula. A preocupação é com o processo de construção dos conceitos e não somente a vivência das noções inerentes à estrutura do jogo.

O pesquisador torna-se o mediador da ação do sujeito na atividade de jogo, objetivando resgatar conceitos matemáticos do nível da ação para a compreensão e sistematização. Conforme descreve Souza (1996) "*Na intervenção, o procedimento adotado interfere no processo, com o objetivo de compreendê-lo, explicitá-lo ou corrigi-lo.*" (Souza, 1996: p.114). Ressalta-se a forma como é desencadeado, organizado e coordenado o processo na sala de aula e a conceitualização matemática, a partir do jogo e sua análise.

Ressaltando a importância dos jogos de estratégia como recurso didático, está presente nos PCN's (Parâmetros Curriculares Nacionais) o seguinte argumento:

“Nos jogos de estratégia (busca de procedimentos para ganhar) parte-se da realização de exemplos práticos (e não da repetição de modelos de procedimentos criados por outros) que levam ao desenvolvimento de habilidades específicas para a resolução de problemas e os modos típicos do pensamento matemático.” (MEC, 1998: p.47)

Conforme as orientações dos novos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's), as atividades com jogos podem representar um importante recurso pedagógico, já que:

“Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações-problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações” (MEC, 1998:p.47)

Além disso, nos PCN's existe a defesa de que os jogos podem contribuir na formação de atitudes – construção de uma atitude positiva perante os erros, na socialização (decisões tomadas em grupo), enfrentar desafios, desenvolvimento da crítica, da intuição, da criação de estratégias e dos processos psicológicos básicos.

Relevamos a importância dos Parâmetros Curriculares como uma referência nacional para o desenvolvimento dos projetos pedagógicos escolares e do desencadeamento das atividades a serem realizadas pelos professores de Matemática em suas salas de aula.

Muitas vezes os educadores tentam utilizar jogos em sala de aula sem, no entanto, entender como dar encaminhamento ao trabalho, depois do jogo em si. Também, nem sempre dispõem de subsídios que os auxiliem a explorar as possibilidades dos jogos e avaliar os efeitos dos mesmos em relação ao processo ensino-aprendizagem da Matemática. A grande maioria ainda vem desenvolvendo as atividades com jogos espontaneamente, isto é, com um fim em si mesmo, “o jogo pelo jogo”, ou imaginando privilegiar o caráter apenas motivacional. Nota-se uma certa ausência de preocupação em se estabelecer algum tipo de reflexão, registro, pré-formalização ou sistematização das estruturas matemáticas subjacentes à ação no jogo (análise). Desta forma, não se estabelece um resgate das ações desencadeadas no jogo, ou seja, um processo de “leitura”, construção e elaboração de estratégias e “tradução”, explicitação numa linguagem. Trata-se apenas de compreensão e cumprimento das regras, com elaboração informal e espontânea de estratégias, e sem muita contribuição para o processo ensino-aprendizagem da

Matemática. Nesta pesquisa existe uma preocupação em evidenciar como se poderia desencadear um trabalho pedagógico com jogos nas aulas de Matemática de maneira que se torne significativo ao processo de aprendizagem do aluno, possibilitando subsidiar a prática docente.

No desenvolvimento do presente trabalho de pesquisa serão considerados, analisados aspectos da Psicologia e Metodologia, entretanto o seu foco central está na Educação Matemática, objetivando dar contribuições aos professores desta área de ensino e propiciando avanços nas análises das pesquisas destes campos científicos.

Portanto, um dos objetivos desta pesquisa é a investigação das possibilidades de um trabalho pedagógico, baseado em jogos e resolução de problemas, possibilitando aos pesquisadores desta área e aos professores do ensino fundamental e médio subsídios teórico-metodológicos a um repensar sobre os métodos estratégicos, redimensionando-os a fim de minimizar o hiato existente entre as atividades lúdicas cotidianas realizadas pelas crianças, espontaneamente, e o trabalho desencadeado em sala de aula.

Acredita-se na relevância de se evidenciar para os professores do ensino fundamental e médio e pesquisadores na área, a importância de se resgatar a imaginação na constituição do processo de abstração do aluno nas aulas de Matemática.

Na verdade, o paradigma educacional baseado em jogos destaca-se como ferramenta educacional pelos seus aspectos interativos, que proporcionam aos alunos a geração de novos problemas e de novas possibilidades de resolução, constituindo-se, dessa forma, em um suporte metodológico que possibilita ao professor, educador-pesquisador, resgatar e compreender o raciocínio do aluno e, dessa maneira, obter referências necessárias para o pleno desenvolvimento de sua ação pedagógica (avaliação).

Objetivando o delineamento da pesquisa desencadeada, propõe-se estruturá-la em capítulos assim definidos:

Em um primeiro capítulo, discute-se a inserção do jogo no cenário dos processos de ensino-aprendizagem da Matemática e suas várias tendências. Discute-se o jogo como um possível instrumento facilitador para a aprendizagem matemática, de grande interesse dos professores-pesquisadores que estão atuando nas salas de aula de Matemática.

No capítulo seguinte, analisam-se os diversos aspectos a serem abordados na reflexão teórica sobre o jogo na Educação e, mais especificamente, na Educação Matemática. As

pesquisas mais recentes sobre o assunto e a experiência acumulada com esta prática em ambientes escolares.

No terceiro capítulo, discutem-se os conceitos e as noções matemáticas contidas em atividades com jogos nas aulas de Matemática. Analisa-se o processo de raciocínio utilizado na conceitualização matemática.

No quarto capítulo, a atividade prática de investigação é delineada, considerando o referencial teórico adotado, apropriando-se dele e estabelecendo a metodologia da pesquisa: caracterização da amostra, instrumentos de coleta de dados e delineamento da análise da pesquisa realizada em um contexto específico de aulas de Matemática.

No quinto capítulo, apresenta-se a análise do estudo de caso, segundo a metodologia definida no capítulo anterior, estabelecendo os resultados e conclusões da pesquisa.

E, finalmente, são delineadas algumas inferências e considerações finais a partir da pesquisa desenvolvida, prevendo que possam auxiliar educadores e pesquisadores da área, no repensar sobre suas teorizações, práticas pedagógicas e de pesquisa a cerca do tema, visando a um possível redimensionamento no processo ensino-aprendizagem da Matemática.

CAPÍTULO I

A INSERÇÃO DO JOGO NOS PROCESSOS DE ENSINO- APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

No contexto atual dos processos metodológicos desencadeados em muitas das escolas brasileiras, identificam-se vários fatores que influenciam diretamente em tais processos e que possivelmente contribuem na definição de um quadro que mostra as dificuldades dos professores quanto aos processos de ensino-aprendizagem da Matemática.

Constata-se, na bibliografia especializada, uma certa ênfase nas pesquisas em Educação Matemática sobre a prática pedagógica e as relações que se estabelecem no âmbito da sala de aula. Discute-se a formação do professor, novas propostas pedagógicas e curriculares, materiais diferenciados que possam vir a auxiliar no processo ensino-aprendizagem, dificuldades de aprendizagem em Matemática, aspectos psicológicos, metodológicos, históricos e filosóficos do ensino da Matemática, dentre muitos outros.

Fiorentini (1994), ao discutir o desenvolvimento, no Brasil, da Educação Matemática enquanto área de investigação e campo profissional associado à produção de conhecimento, afirma:

“...delimitaremos a Educação Matemática como área de saber que procura de modo sistemático e consistente investigar problemas ou responder indagações relativas ao ensino e à aprendizagem da matemática, bem como, à formação de professores, ao contexto escolar, cultural e sócio-político em que ocorre a prática pedagógica”
(Fiorentini,1994:p.7)

E, num sentido mais amplo, Fiorentini concebe a Educação Matemática como uma área multifacetada e multidimensional, envolvendo outras dimensões além da didático-metodológica,

quais sejam: caráter epistemológico, histórico-filosófico, sociológico, psicológico e axiológico-praxiológico pertinentes à Matemática e à Educação.

Portanto, a Educação Matemática, enquanto campo de pesquisa, tem valorizado aspectos diferenciados, sendo uma de suas constantes preocupações e objetos de estudo a sala de aula de Matemática.

A análise realizada em Grandó (1995) apontou que o programa de Matemática usual, que vem sendo realizado, tem valorizado a excessiva quantidade de conteúdos em detrimento da qualidade do trabalho dos alunos e, mesmo assim, contando com um certo reducionismo em termos do que vem sendo ensinado (supervalorização da Álgebra em detrimento da Geometria, por exemplo). Além disso, o currículo vem sendo desenvolvido em termos de conteúdos obsoletos, metodologias que pouco oferecem resultados e objetivos que não seriam os mais relevantes e significativos para o indivíduo. Neste contexto, infere-se que a concepção de currículo necessita ser redimensionada a fim de que conteúdos, objetivos e metodologias de ensino sejam explorados a partir de um projeto único, inter-relacionado e coerente com as necessidades da sociedade atual. Assim sendo, define-se que essa mudança de concepção a cerca do currículo perpassa pela ação transformadora do professor em estabelecer alterações nas suas práticas pedagógicas cotidianas.

Neste sentido, D'Ambrosio, U. (1996) analisa a questão do Ensino da Matemática, discutindo a importância de se trabalharem determinados conteúdos matemáticos para formar o aluno para atuar na sociedade e no mundo em que vive. Neste aspecto, o autor defende um redimensionamento dos objetivos da escola os quais hoje se apresentam vinculados a uma apresentação de conhecimento obsoleto, ultrapassado e, muitas vezes, morto. Assinala: “*O grande desafio para a educação é pôr em prática hoje o que vai servir para o amanhã.*” (D'Ambrosio,U.,1996:p.80).

A ponte que relaciona o passado e o futuro é o presente e, neste sentido, pôr em prática hoje o conhecimento construído pela humanidade ao longo do tempo, isto é, pressupostos teóricos acumulados ao longo dos tempos, prepara o indivíduo para atuar no presente e construir o futuro, onde será possível rever os equívocos adotados e reestruturá-los a uma nova ação, em uma nova realidade.

Ressalta-se que o indivíduo necessita de uma formação adequada também à sua atuação no momento atual. Forma-se o aluno para suas necessidades atuais que irão, de certa forma, refletir na situação futura, onde suas ações talvez sejam mais relevantes, significativas.

A escola necessita estar atenta às necessidades que a sociedade atual coloca. Ela não pode se isolar de todo um processo evolutivo tecnológico que transforma, a cada instante, a realidade sócio-cultural em que o aluno vive. Como D'Ambrosio, U. (1996) pontua: "*a informática e as comunicações dominarão a tecnologia educativa do futuro.*" (D'Ambrosio,U.,1996:p.80). Com uma sociedade em constante transformação, o conhecimento também apresenta-se em movimento de mudança, necessitando do educador uma reestruturação constante para lidar com esse conhecimento em mutação, permitindo que seus alunos se apropriem dele, e estejam prontos para continuamente estarem ampliando, revendo seus conhecimentos.

Conforme descreve D'Ambrosio, U. (1996), um dos grandes objetivos atuais da educação é a educação para a cidadania. O professor de Matemática não pode estar alheio a isto, ajudando o aluno a "apreciar" o conhecimento moderno, impregnado de ciência e tecnologia e destacando para o aluno alguns dos princípios éticos relacionados nesta "apreciação".

A escola necessita, sobretudo, de "*estimular a aquisição, a organização, a geração e a difusão do conhecimento vivo, integrado nos valores e expectativas da sociedade*" (D'Ambrosio,U.,1996:p.80). A organização de uma sociedade mais justa, unida, capaz de defender seus direitos e cumprir seus deveres, depende de cidadãos que a constituem. É preciso conscientizar futuros professores de Matemática de que, mais importante que "ensinar Matemática", é formar cidadãos que sejam capazes de se expressar matematicamente, que saibam criar e manipular conceitos matemáticos segundo suas necessidade atuais, de vida em sociedade.

Um exemplo bastante prático da "alienação" do ensino matemático frente ao mundo moderno é a resistência que alguns professores de Matemática e instituições de ensino apresentam em permitir o uso de calculadoras nas aulas de Matemática. É fato que a grande maioria dos alunos de hoje dispõem de uma calculadora em casa (preço acessível) e que certamente a utilizam ao resolver problemas/exercícios em casa, quando não na escola. Muitas vezes não sabem nem mesmo manipular as funções disponíveis na sua calculadora. A questão é: se não é o professor de Matemática, quem então deveria ensinar a manipular a calculadora corretamente, aproveitando os recursos por ela disponíveis? Qual disciplina ficaria responsável pelo uso e ensino da calculadora? O momento mais adequado para que reflexões sobre diferentes

aspectos que envolvem o ensino da Matemática sejam realizadas, talvez seja durante a formação do professor.

Neste sentido, D'Ambrosio, B. (1993) propõe que tipo de características seriam desejadas em um professor de Matemática para o século XXI e que vem sendo formado. Ele deverá ter:

- a) visão do que vem a ser Matemática;
- b) visão do que constitui a atividade matemática;
- c) visão do que constitui a aprendizagem matemática e
- d) visão do que constitui um ambiente propício à aprendizagem matemática.

Trata-se de um professor que seja capaz de assumir uma postura política e filosófica, que venha a determinar seu trabalho pedagógico.

Nesta perspectiva, é necessário ao professor-educador também uma formação continuada para que possa assumir o conteúdo a ser ensinado como dinâmico e que pode ser criado, transformado e apreendido, dependendo da ação metodológica transformadora a ser desencadeada nas salas de aula.

Neste sentido, Moura, M. (1994a) define a atividade de ensino, a ser desencadeada pelo professor, como uma solução construída a partir de uma situação-problema, buscando estabelecer respostas a um projeto de vida e, neste sentido, ele justifica:

"tomar a ação educativa como uma situação-problema é assumir que formar-se é uma ação constante já que na dinâmica das relações humanas os problemas produzidos exigem a cada momento novas soluções onde o ato educativo se faz necessário."
(Moura, M., 1994a: p.2) (grifo nosso).

Assim, nesta perspectiva de ensino, o professor toma sua ação educativa como uma situação-problema: o que ensinar?, como?, para quê?, por quê?, e quem ensinar?, assumindo um trabalho consciente em relação ao conhecimento matemático, em constante transformação. Desta forma, sua ação didática deve ser definida a partir de uma reflexão sobre objetivos, conteúdos e estratégias de ensino (currículo), definindo seu projeto pedagógico.

Quanto aos processos de ensino-aprendizagem da Matemática, de uma maneira geral, nota-se uma certa carência de significação atribuída aos conteúdos matemáticos a serem compreendidos pelos alunos. Dewey (1979) assinala que aprender Matemática significativamente implica em conhecer o conceito a partir de suas relações com outros conceitos, notar como ele

opera ou funciona, quais as conseqüências que podem ser desencadeadas a partir de suas ações, quais as causas que o definem ou movimentam e quais suas possíveis aplicações.

A concepção de aprendizagem significativa vincula-se à teoria cognitiva de Ausubel et al. (1978), que concebe a aprendizagem significativa - conceito central de sua teoria - como um processo através do qual uma nova informação se relaciona com um aspecto relevante da estrutura de conhecimento do indivíduo. Assim, aprender significativamente é quando a nova informação “se ancora” em conceitos ou proposições relevantes preexistentes na estrutura cognitiva do aprendiz. Segundo esse autor:

“a essência do processo de aprendizagem significativa é que idéias simbolicamente expressas sejam relacionadas de maneira substantiva (não literal) e não arbitrária ao que o aprendiz já sabe, ou seja, a algum aspecto de sua estrutura cognitiva especificamente relevante para a aprendizagem dessas idéias.” (Ausubel et al.,1978:p.41)

Nessa perspectiva, considerando-se a necessidade de um processo de ensino-aprendizagem da Matemática realmente significativo, é preciso que seja possível ao aluno estabelecer um sistema de relações entre a prática vivenciada e a construção e estruturação do vivido, produzindo conhecimento. Novamente a ação transformadora do professor é ressaltada no sentido de desencadear um processo de ensino que valorize o "fazer matemática", ou seja, o fazer com compreensão.

Piaget (1975) tece várias críticas quanto à forma com que o processo ensino-aprendizagem da Matemática é desencadeado nas escolas tradicionais. Dentre muitas das críticas, destacamos: a passividade dos alunos, o acúmulo de informações, a pouca experimentação, os altos índices de reprovação em Matemática e a grande dificuldade dos alunos em estabelecer relações lógicas nas aulas de Matemática. A crítica é estabelecida até mesmo quanto à Matemática Moderna que constituiu, de certa forma, um progresso com relação aos métodos tradicionais de ensino. Piaget afirma que:

“embora seja “moderno” o conteúdo ensinado, a maneira de o apresentar permanece às vezes arcaica do ponto de vista psicológico, enquanto fundamentada na simples transmissão de conhecimentos, mesmo que se tente adotar (e bastante precocemente, do ponto de vista da maneira de raciocinar dos alunos) uma forma axiomática.” (Piaget,1975:p.19)

Neste sentido, ele defende a capacidade de todo aluno, normal, em ter um bom raciocínio matemático. Segundo ele, isto irá depender do método de ensino-aprendizagem a ser desenvolvido na sala de aula, pelo professor. Desta forma, ele assevera que:

"todo aluno normal é capaz de um bom raciocínio matemático desde que se apele para a sua atividade e se consiga assim remover as inibições afetivas que lhe conferem com bastante freqüência um sentimento de inferioridade nas aulas que versam sobre essa matéria." (Piaget,1975:p.65).

Piaget critica o ensino de Matemática tradicional, em vários aspectos que envolvem: a simples absorção do conhecimento intelectual matemático, já organizado, sem o estabelecimento de uma interação com o conceito; o desencadeamento do ensino formal, iniciado sempre pela linguagem, já institucionalizada, ao invés de se iniciar pela ação real e material; e a pobreza de relacionamentos sociais (diálogo-ação) desencadeados em sala de aula, entre os alunos e entre professor e aluno, sendo que o único tipo de relação existente é aquele *"que liga um professor, espécie de soberano absoluto, detentor da verdade intelectual e moral, a cada aluno considerado individualmente."* (Piaget,1975:p.70).

Piaget (1975) propõe um redimensionamento na metodologia de ensino a ser desenvolvida pelo professor. Buscando estabelecer formas que levem o ensino intelectual matemático a cumprir seu objetivo, que é, segundo o autor, *"aprender por si próprio a conquista do verdadeiro, correndo o risco de despender tempo nisso e de passar por todos os rodeios que uma atividade real pressupõe."* (Piaget,1975), Piaget propõe que se estabeleça um contexto de atividade autônoma em que o aluno seja solicitado a descobrir por si mesmo as correlações e as noções, recriando-as.

Numa escola ativa, pressupõe-se que sejam estimulados tanto trabalhos individuais quanto coletivos, pois, segundo Piaget, o trabalho em grupo, ou seja, a vida coletiva, revelou-se como um indispensável fator que influencia no desenvolvimento da personalidade e dos aspectos intelectuais dos alunos. Neste sentido, Piaget, defendendo uma atividade de interação entre os alunos e entre professor-aluno, em que se desencadeiam situações que assegurem a autonomia intelectual dos alunos, preconiza que: *"somente essa atividade, orientada e incessantemente*

estimulada pelo professor, mas permanecendo livre nas experiências, tentativas e até erros, pode conduzir à autonomia intelectual." (Piaget,1975:p.68).

Identificam-se, impregnados nas formas de desencadeamento dos processos de ensino-aprendizagem da Matemática, mitos e valores que permeiam tais processos e que atribuem à Matemática um caráter pouco nobre de "selecionadora social". Neste sentido, ressalta-se a importância de valorização, pela escola, das várias competências apresentadas pelos alunos. Assim sendo, evidencia-se a necessidade de se criarem situações competitivas de ensino, que possam ser desencadeadas ludicamente, a fim de que o aluno perceba suas capacidades, seus limites, suas competências, incidindo positivamente no que tange à afetividade com relação à aprendizagem Matemática.

Entende-se que o papel da escola é, justamente, de resgatar as explorações, as investigações pertencentes ao processo de relação do aluno com a realidade na qual está inserido, a fim de que tais experiências possibilitem dar sentido à formulação dos conceitos matemáticos desencadeados pela escola.

Entretanto, destaca-se que todo o processo de transformação ou mudança nos processos de ensino-aprendizagem da Matemática perpassa pela ação e intervenção do professor e, neste sentido, evidencia-se a necessidade deste profissional ser bem formado, tanto a nível escolar quanto a partir da criação de mecanismos que possibilitem a ele estar em constante formação, ou seja, em contato constante com as discussões que envolvem a Educação Matemática, como um todo, para um possível redimensionamento na sua ação pedagógica.

Neste contexto, ao nos posicionarmos enquanto educadores/pesquisadores em Educação Matemática, inseridos neste quadro caótico e inquietos quanto às formas como o ensino desta disciplina vem sendo desencadeado, buscamos alternativas de redimensionamento para tais problemas de ensino através da pesquisa e prática em sala de aula.

A busca por um ensino que considere o aluno como sujeito do processo, que seja significativo para o aluno, que lhe proporcione um ambiente favorável à imaginação, à criação, à reflexão, enfim, à construção e que lhe possibilite um prazer em aprender, não pelo utilitarismo, mas pela investigação, ação e participação coletiva de um "todo" que constitui uma sociedade crítica e atuante, leva-nos a propor a inserção do jogo no ambiente educacional, de forma a conferir a esse ensino espaços lúdicos de aprendizagem.

1.1. O Jogo: suporte metodológico para as aulas de Matemática

O jogo, como instrumento de ensino-aprendizagem da Matemática, tem sido visto, por grande parte dos educadores, em uma visão reducionista de suas possibilidades. É fato para se pensar que profissionais, engajados com pesquisas no campo da Psicopedagogia, vêm trabalhando com os jogos como forma de diagnóstico e intervenção psicopedagógica. É o caso dos trabalhos desenvolvidos pela equipe de pesquisadores do LaPp – Laboratório de Psicopedagogia da USP – SP. Em publicação recente, defendem a importância dos jogos para a Psicopedagogia, nas diferentes áreas de conhecimento, e desta forma afirmam que:

“Quanto ao aspecto psicológico, o jogo de regras contribui, para o desenvolvimento de uma relação professor-aluno ou cliente-psicopedagogo, baseada no respeito, na admiração, na aprendizagem. É a possibilidade de aprender com o outro, de ‘fazer igual’, isto é, tomá-lo como referência e até mesmo superá-lo; aprender que ganhar é tão circunstancial quanto perder.” (Macedo et al.,1997:p.151)

Nesta perspectiva de concepção e trabalho com os jogos, os autores discutem o jogo no processo de formação de conceitos matemáticos, defendendo que, num contexto escolar, o jogo de regras possibilita à criança a construção de relações quantitativas ou lógicas, que se caracterizam pela aprendizagem em raciocinar e demonstrar, questionar o como e o porquê dos erros e acertos. Neste sentido, o jogo de regras trabalha com a dedução, o que implica numa formulação lógica, baseada em um raciocínio hipotético-dedutivo, capaz de levar as crianças a formulações do tipo: teste de regularidades e variações, controle das condições favoráveis, observação das partidas e registro, análise dos riscos e possibilidades de cada jogada, pesquisar, problematizar sobre o jogo, produzindo conhecimento.

O LaPp vem desenvolvendo, desde 1987, uma metodologia própria de trabalho com jogos de regras com crianças e adolescentes. Este trabalho, fruto de pesquisas sobre a teoria de Piaget, os teóricos de jogo e as mais recentes discussões em âmbito nacional e internacional sobre o tema, tem-se destacado como uma abordagem significativa do jogo no ambiente de aprendizagem. Os integrantes do grupo interessam-se, principalmente, pelo estudo das relações entre o jogo, a psicopedagogia e a epistemologia construtivista de Piaget. As oficinas para crianças e adolescentes (Ensino Fundamental) que acontecem no LaPp, desde 1989, objetivam, segundo Petty (1995):

“promover o desenvolvimento do raciocínio das crianças por meio de situações em que jogos de regras são instrumento para exercitar e estimular um pensar com lógica e critério, porque interpretar informações, buscar soluções, levantar hipóteses e coordenar diferentes pontos de vista são condições para jogar (...). Além disso, eles também fazem parte das condições para se aprender as disciplinas escolares.” (Petty,1995:p.2)

O que se procura enfatizar é um trabalho de desenvolvimento de processos distintos de pensamentos que são necessários ao ato de aprender. Trata-se de predispor a criança ou adolescente à aprendizagem tanto dos conteúdos do jogo em si quanto dos conteúdos específicos, escolares.

Um outro objetivo dos trabalhos do LaPp, segundo Petty (1995), consiste em *“oferecer uma oportunidade para as crianças estabelecerem uma nova relação com a aquisição de conhecimento, que poderá passar a se apresentar como possibilidade.”* (Petty,1995:p.3). Assim, as crianças podem experimentar uma forma diferente de adquirir conhecimento através de uma atividade que seja interessante, desafiadora e prazerosa, como proporciona a atividade com jogos desencadeada adequadamente.

As posturas, atitudes e emoções demonstradas pelas crianças, enquanto se joga, são as mesmas desejadas na aquisição do conhecimento escolar. Espera-se um aluno participativo, envolvido na atividade de ensino, concentrado, atento, que elabore hipóteses sobre o que interage, que estabeleça soluções alternativas e variadas, que se organize segundo algumas normas e regras e, finalmente, que saiba comunicar o que pensa, as estratégias de solução de seus problemas. Além disso, as propostas de intervenção psicopedagógica com jogos, desenvolvidas no Laboratório, prevêm a identificação das dificuldades apresentadas pelas crianças no ambiente escolar e de “tratamento” de tais dificuldades. Identifica-se em que aspectos a criança ou adolescente precisa de ajuda, não tanto em termos de conteúdos escolares específicos, mas de postura e possibilidade de envolvimento. Conforme descreve Petty (1995), citando Macedo (1994):

“Nestas oficinas, há uma preocupação com a aprendizagem escolar e, em especial, com as dificuldades relacionadas a ela: noções e conceitos que compõem a base das matérias escolares em si, bem como questões relacionadas com organização, atenção, concentração, disciplina, postura, atitude, socialização e coordenação motora. O

trabalho visa abranger, tanto quanto possível, quatro aspectos: social, afetivo, motor e, principalmente, cognitivo.” (Petty,1995:p.4)

A ênfase nos trabalhos do LaPp é dada numa atuação psicopedagógica através dos jogos de regras como um dos instrumentos mais importantes e uma alternativa de trabalho de grande relevância quando se adota uma concepção construtivista de educação, pois estimulam a criança a construir procedimentos que favoreçam a solução de seus desafios. Nesta perspectiva, Petty (1995) afirma:

“Jogar é uma das atividades em que a criança pode agir e produzir seus próprios conhecimentos. No entanto, nossa proposta não é substituir as atividades em sala de aula por situações de jogos. (...) a idéia será sempre considerá-los como outra possibilidade de exercitar ou estimular a construção de conceitos e noções também exigidos para a realização de tarefas escolares.” (Petty,1995:p.11)

Os objetivos do trabalho desenvolvido com jogos de regras pelo LaPp vem de encontro à busca processada nesta pesquisa, de investigação dos procedimentos desenvolvidos pelos sujeitos na ação e intervenção com jogos de regras na formação de conceitos matemáticos.

Inserido neste contexto, e sob as novas perspectivas de pesquisas que discutem o jogo na Educação e, mais especificamente, na Educação Matemática, considera-se interessante e relevante uma pesquisa que tenha como objeto central de estudo o jogo no processo de formação de conceitos matemáticos, delimitado num ambiente de sala de aula.

CAPÍTULO II

O JOGO NA EDUCAÇÃO: ASPECTOS DIDÁTICO-METODOLÓGICOS DO JOGO NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

As crianças, desde os primeiros anos de vida, gastam grande parte de seu tempo brincando, jogando e desempenhando atividades lúdicas. Na verdade, a brincadeira parece ocupar um lugar especial no mundo delas. Os adultos, por sua vez, têm dificuldade de entender que o brincar e o jogar, para a criança, representam sua razão de viver, onde elas se esquecem de tudo que as cerca e se entregam ao fascínio da brincadeira. A experiência docente tem mostrado que muitas crianças ficam horas, às vezes, prestando atenção em um único jogo e não se cansam. E muitas destas crianças são categorizadas, pela escola, como aquelas com dificuldade de concentração e observação nas atividades escolares.

Freqüentemente se ouvem pais dizendo: "Se você fizer seus deveres poderá brincar. Do contrário, não." Ou seja, a brincadeira, nesse caso, representa um prêmio e não é compreendida como uma necessidade da criança. A criança, em decorrência, pode começar a se desinteressar pelas atividades escolares, pois estas representam um empecilho à brincadeira, uma forma de "punição". *"Mas isto falseia a motivação do estudo: a criança não estuda para saber e se aperfeiçoar, mas para ter o direito de brincar, de fazer algo que lhe interessa mais."* (Amonachvili,1991:p.14).

Então, por que não se pode desenvolver o estudo e a brincadeira, ambos necessários ao desenvolvimento do indivíduo a partir de uma atividade única, comum, onde seja possível aprender brincando?

Ao observarmos o comportamento de uma criança em situações de brincadeira e/ou jogo, percebe-se o quanto ela desenvolve sua capacidade de fazer perguntas, buscar diferentes

soluções, repensar situações, avaliar suas atitudes, encontrar e reestruturar novas relações, ou seja, resolver problemas.

2.1. Jogo e desenvolvimento cognitivo

A Psicologia do desenvolvimento destaca que a brincadeira e o jogo desempenham funções psicossociais, afetivas e intelectuais básicas no processo de desenvolvimento infantil. O jogo se apresenta como uma atividade dinâmica que vem satisfazer uma necessidade da criança, dentre outras, de "movimento", ação.

Leontiev (1991) aponta que a discrepância existente entre a necessidade de ação da criança e a impossibilidade de executar as operações exigidas por tal ação, leva à criação de uma atividade onde esse desejo possa ser realizado, sendo que, segundo o autor, esta atividade se caracteriza como lúdica, ou seja, em um jogo.

Além disso, a ação determinada pelo jogo desencadeia a imaginação, dando origem, ou seja, criando uma situação imaginária.

"Ao brincar, a criança aprende a agir numa esfera cognitiva estimulada pelas tendências internas, ao invés de agir numa esfera visual externa, motivada pelos objetos externos. Ela aprende a agir independentemente daquilo que ela vê, os objetos perdem sua força motivadora inerente." (Machado et al.,1990).

Neste sentido, o jogo propicia um ambiente favorável ao interesse da criança, não apenas pelos objetos que o constituem, mas também pelo desafio das regras impostas por uma situação imaginária que, por sua vez, pode ser considerada como um meio para o desenvolvimento do pensamento abstrato.

É fundamental inserir as crianças em atividades que permitam um caminho que vai da imaginação à abstração, através de processos de levantamento de hipóteses e testagem de conjecturas, reflexão, análise, síntese e criação, pela criança, de estratégias diversificadas de resolução dos problemas em jogo. O processo de criação está diretamente relacionado à imaginação.

Moura, A. (1995), baseando-se nas concepções de Vygotsky quanto ao processo da imaginação, afirma:

“A imaginação é a base de toda a atividade criadora, aquela que possibilita a criação artística, científica e técnica. Neste sentido, tudo o que nos rodeia e que não é natureza é fruto da imaginação humana” (Moura,A.,1995:p.22)

No jogo, a situação imaginária é resultante das operações com os objetos. Segundo Leontiev (1991) *“não é a imaginação que determina a ação, mas são as condições da ação que tornam necessária a imaginação e dão origem à ela” (Leontiev,1991:p.127)*. Sintetizando, é a estrutura da atividade de jogo que permite o surgimento de uma situação lúdica imaginária.

As antecipações, previsões e análises a serem processadas no jogo dependem desta situação imaginária. Para Vygotsky (apud Moura,A.,1995:p.23) a imaginação exerce um papel fundamental para o desenvolvimento da criança, ampliando sua capacidade humana de projetar suas experiências e de poder conceber o relato e as experiências dos outros. É no jogo e pelo jogo que a criança é capaz de atribuir aos objetos, através de sua ação lúdica, significados diferentes; desenvolver a sua capacidade de abstração e começar a agir independentemente daquilo que vê, operando com os significados diferentes da simples percepção dos objetos. Neste aspecto, segundo Emerique (1999) o jogo se equivale à linguagem, na medida em que ambos representam e transpõem a própria realidade, sendo que é a partir da atividade lúdica que se torna possível o uso dos signos e, por conseguinte, a constituição da semiótica. *“O jogo gera o signo cujo valor é dado pela sociedade.” (Emerique,1999:p.188)*.

Portanto, o jogo depende da imaginação e é a partir desta situação imaginária, fundamental no jogo, que se traça o caminho à abstração.

Neste aspecto, o jogo pode representar uma simulação matemática na medida em que se caracteriza por ser uma situação irreal, criada pelo professor ou pelo aluno, para significar um conceito matemático a ser compreendido pelo aluno. Os elementos do jogo representam entes concretos, mas a situação de jogo, vivenciada pelo aluno e que o leva à ação, é baseada numa situação irreal e metafórica, criada pelo homem. É neste sentido que o jogo apresenta um caráter alegórico. Assim, segundo as concepções desses autores, pode-se dizer que o jogo, determinado por suas regras, poderia estabelecer um caminho natural que vai da imaginação à abstração de um conceito matemático. Esta situação paradoxal entre o imaginário do jogo ou brinquedo e o real que o constitui é apontada por Leontiev (1991) quando afirma: *“não encontramos quaisquer elementos improváveis e fantásticos na estrutura do brinquedo no qual há tanta fantasia”*

(Leontiev,1991:p.127). Por outro lado, Moura,A. (1995), baseando-se nas concepções de Vygotsky aponta que a imaginação não se opõe ao real, no sentido de que o irreal ou real imaginado, tem suas raízes na realidade, nas experiências vivenciadas pelo homem.

“A análise científica das elucubrações mais fantásticas e afastadas da realidade, como por exemplo os mitos, os contos, as lendas, os sonhos etc convence-nos de que as maiores fantasias não são outra coisa que novas combinações dos mesmos elementos tomados, afinal de contas, da realidade, submetidos a modificações ou reelaborações em nossa imaginação.” (Vygotsky apud Moura,A.,1995:p.22)

Segundo Vygotsky (1991), durante a pré-escola ou em idade escolar, as habilidades conceituais da criança são ampliadas a partir do brinquedo, do jogo, e, portanto, do uso da imaginação. Segundo ele, ao brincar, a criança está sempre acima da própria idade, acima de seu comportamento diário, maior do que é na realidade. Assim sendo, quando a criança imita os mais velhos em suas atividades culturalmente e/ou socialmente padronizadas, ela gera oportunidades para o seu próprio desenvolvimento intelectual.

Vygotsky propõe estabelecer um paralelo entre o brinquedo e a instrução escolar, defendendo que ambos criam uma zona de desenvolvimento proximal e que, em ambos os contextos, a criança elabora habilidades e conhecimentos socialmente disponíveis que passará a internalizar. Segundo Vygotsky, a zona de desenvolvimento proximal caracteriza-se pela:

"distância entre o nível real (da criança) de desenvolvimento determinado pela resolução de problemas independentemente e o nível de desenvolvimento potencial determinado pela resolução de problemas sob a orientação de adultos ou em colaboração com companheiros mais capacitados." (Vygotsky, 1991:p.97).

Esta internalização, segundo o próprio autor, se dá pela transformação de um processo interpessoal (social) num processo intrapessoal (do sujeito). No jogo, este tipo de transformação pode ser evidenciado no momento em que considerarmos a ação do jogo como um diálogo do indivíduo consigo mesmo. Como se observa, pelo jogo, durante sua ação, o adversário serve de referência para o jogador se conhecer, estabelecendo uma transição do interpessoal para o intrapessoal.

Barco (1998), discutindo sobre a importância do incentivo à utilização da imaginação nas atividades escolares em detrimento da uniformização das formas de pensar dos alunos, pontua que: *“Boa parte da Matemática que se ensina depende do nível de abstração e do imaginário dos nossos alunos.”* (Barco,1998:p.90). Neste artigo, o autor afirma que, em lugar de incentivar a diferença e a criatividade, as escolas, muitas vezes, acabam fazendo com que as crianças pensem da mesma forma, não incentivando a imaginação.

Não se pode apenas observar um fenômeno matemático acontecendo e tentar explicá-lo, como acontece com a maioria dos fenômenos físicos ou químicos. A Matemática existe no pensamento humano e, por isso, depende de muita imaginação para definir suas regularidades e conceitos. Torna-se necessário aos processos pedagógicos considerarem a importância de se ampliar a experiência das crianças a fim de proporcionar-lhes momentos de atividade criadora. Segundo Moura, A. (1995): *“a imaginação tem um papel importante no desenvolvimento da criança, de forma a ampliar sua capacidade humana de projetar suas experiências, de poder conceber o relato e experiências dos outros.”* (Moura,A.,1995:p.23).

Assim sendo, é necessário que a escola esteja atenta à importância do processo imaginativo na constituição do pensamento abstrato, ou seja, é importante notar que a ação regida por regras - jogo - é determinada pelas idéias do indivíduo e não pelos objetos. Por isso sua capacidade de elaborar estratégias, previsões, exceções e análise de possibilidades a cerca da situação de jogo, perfaz um caminho que leva à abstração. Portanto, a escola deve estar preocupada em propiciar situações de ensino que possibilitem aos seus alunos percorrerem este caminho, valorizando a utilização de jogos nas atividades escolares.

As análises e reflexões de teóricos como Vygotsky e Leontiev focalizam o jogo simbólico, relacionando a imaginação no jogo para o desenvolvimento do pensamento e da linguagem.

O interesse desta pesquisa se volta para o jogo de regras numa concepção piagetiana que relaciona a imaginação no jogo para a conceitualização. Piaget (1978) discute a importância do jogo no desenvolvimento social, afetivo, cognitivo e moral da criança. Este teórico propõe estruturar os jogos segundo três formas básicas de assimilação: o exercício, o símbolo e a regra, investigando o desenvolvimento da criança nos vários tipos de jogos e sua evolução no decorrer dos estágios de desenvolvimento cognitivo.

Os jogos de exercício correspondem, segundo Piaget (1978), às primeiras manifestações lúdicas da criança. Nesses jogos, a criança exercita as estruturas subjacentes ao jogo, mas sem o poder de ação para modifica-las, com a finalidade de vivenciar o prazer de funcionamento do próprio jogo. Segundo Macedo (1993), a assimilação no jogo de exercícios se apresenta como funcional, isto é, repetitiva, onde o prazer reside na própria função exercida.

Nos jogos simbólicos, ou jogos do tipo “faz-de-conta”, ocorre a representação, pela criança, do objeto ausente, já que se estabelece uma comparação entre um elemento real, o objeto e um elemento imaginado, o que ele corresponde, através de uma representação fictícia. A assimilação no jogo simbólico é deformante, pois, segundo Macedo (1993), neste tipo de jogo a realidade é assimilada por analogia, ou seja, os significados que as crianças atribuem aos conteúdos de suas ações, enquanto jogam, são deformações dos significados correspondentes na vida social ou física. Desta forma, quando a criança assimila o mundo da maneira como pode ou deseja, estabelecendo as várias analogias, criando situações, mitificando coisas, ela é capaz de produzir linguagens, criando convenções e compreendendo o sentido de tais convenções. Neste sentido, ela “teoriza” na medida em que, através de suas fantasias, mitificações e as formas deformantes de pensar, possibilitadas pelo jogo simbólico, busca explicar as coisas, dar respostas, ainda que provisórias, às várias questões que já começam a perturbá-la.

A última estrutura de jogo, que engloba as outras duas anteriores, ampliando para a regra, é definida por Piaget (1978), como o jogo de regras.

Segundo Piaget (1978), o mais importante nessa estrutura de jogo são as regras que devem ser respeitadas segundo o consentimento mútuo e que podem ser transformadas conforme a necessidade do grupo. Tal regra surge da organização coletiva das atividades lúdicas precedentes, representadas pelas formas de exercício e símbolo. No jogo de regras, a criança abandona o seu egocentrismo e seu interesse passa a ser social, havendo necessidade de controle mútuo e de regulamentação. A regra, neste tipo de jogo, supõe necessariamente relações sociais ou interindividuais, pois, no jogo de regras existe a obrigação do cumprimento das regras, impostas pelo grupo, sendo que a violação de tais regras representa o fim do jogo social.

Macedo (1993) aponta que os jogos de regras são herdeiros das regularidades presentes na estrutura do jogo de exercício e das convenções criadas a partir do jogo simbólico, constituindo uma estrutura de jogo definida pelo seu caráter coletivo, onde se joga em função da jogada do

adversário. Assim, como existe uma interdependência entre os jogadores, caracteriza-se um tipo de assimilação recíproca, que Macedo aponta, como:

“Recíproca por esse sentido de coletividade, recíproca pelo sentido de uma regularidade intencionalmente consentida e buscada, recíproca pelas convenções que em comum definem o que os jogadores podem, ou não, fazer no contexto do jogo.”
(Macedo,1993:p.8)

Neste sentido, a regra estabelece o movimento a ser conferido ao jogo, isto é, define o que pode e o que não pode acontecer nele, limitando a ação de seus adversários. O mais importante é que, além da regra, as jogadas dos adversários também representam um “limitador”, definindo uma interdependência entre as várias jogadas (anteriores e dos adversários).

Além disso, o planejamento no jogo de regras é definido pelas várias antecipações e construções de estratégias. Quando o sujeito realiza constatações a cerca de suas hipóteses, percebe regularidades e define estratégias, sendo capaz de efetuar um planejamento de suas ações, a fim de obter o objetivo final do jogo que é vencê-lo.

Macedo et al. (1997), discutindo sobre as relações espaço-temporais ocorridas no jogo 4 cores¹, pontua que:

“(...) Antecipar significa ‘pintar mentalmente a figura’. O jogador deve imaginar previamente como ela ficará depois de pronta (relações temporais). Planejar, por sua vez, implica numa ação motora: o jogador efetivamente registra seu plano no contexto da figura, por exemplo, fazendo pintinhas coloridas nas regiões para garantir que a relação entre as cores vizinhas fique correta (relações espaciais).”(Macedo et al,1997:p.25)

Na concepção piagetiana, os dois jogos a serem trabalhados, nesta pesquisa, poderiam ser caracterizados como jogos de regras.

¹ 4 Cores: trata-se de um jogo onde se deve pintar uma figura com, no máximo 4 cores diferentes, sendo que as cores iguais não podem se tocar, ou seja, serem vizinhas.

2.2. Jogo no ensino da Matemática

Ao analisarmos os atributos e/ou características do jogo que pudessem justificar sua inserção em situações de ensino, evidencia-se que este representa uma atividade lúdica, que envolve o desejo e o interesse do jogador pela própria ação do jogo, e mais, envolve a competição e o desafio que motivam o jogador a conhecer seus limites e suas possibilidades de superação de tais limites, na busca da vitória, adquirindo confiança e coragem para se arriscar.

Macedo (1993) afirma que existem, na verdade, dois tipos de reações quando se depara com algo ou alguém desconhecido: ou se destrói o inimigo, evitando que este possa destruí-lo, ou se considera o adversário como referência constante para o diálogo que se estabelece consigo mesmo. Um diálogo interpessoal que possibilita uma reestruturação ao diálogo intrapessoal. Esta outra forma de considerar o adversário, segundo Macedo, é ensinada pelo jogo, quando se verifica que:

“os adversários são as melhores pessoas que podemos ter, são nossos amigos, temos que saber tudo sobre o adversário, temos que pensar antes dele, temos que pensar melhor que ele mesmo, (...) temos que reconhecê-lo, temos que tê-lo como uma referência constante.” (Macedo,1993:p.16)

Assim sendo, este elemento, no contexto educacional, apresentar-se-ia como importante ao resgate do prazer em aprender Matemática de uma forma significativa ao aluno.

Quando são propostas atividades com jogos para os alunos, a reação mais comum é de alegria e prazer pela atividade a ser desenvolvida: “- Oba! Que legal!”. O interesse pelo material do jogo, pelas regras ou pelo desafio proposto envolvem o aluno, estimulando-o à ação. Este interesse natural pelo jogo já é concebido no senso comum. Entretanto, alguns educadores acreditam que, pelo fato de o aluno já se sentir estimulado somente pela proposta de uma atividade com jogos e estar durante todo o jogo, envolvido na ação, participando, jogando, isto garante a aprendizagem. É necessário fazer mais do que simplesmente jogar um determinado jogo. O interesse está garantido pelo prazer que esta atividade lúdica proporciona, entretanto é necessário o processo de intervenção pedagógica a fim de que o jogo possa ser útil à aprendizagem, principalmente para os adolescentes e adultos.

Além disso, é necessário que a atividade de jogo proposta, represente um verdadeiro desafio ao sujeito, ou seja que seja capaz de gerar “conflitos cognitivos” ao sujeito, despertando-o para a ação, para o envolvimento com a atividade, motivando-o ainda mais. Na teoria da equilíbrio, formulada por Piaget, os conflitos cognitivos são fundamentais para o desenvolvimento intelectual do sujeito. Segundo Piaget, uma mudança estrutural ocorre quando os resultados das ações individuais realimentam a estrutura existente, de forma discrepante àquela estrutura. O desequilíbrio resultante pode levar à necessidade de uma reorganização e, conseqüentemente, de uma mudança progressiva na estrutura. Portanto, o “conflito cognitivo” estabelecido propicia o desequilíbrio. Conforme ressalta Parra (1983):

“Diversas razões têm sido levantadas para justificar o uso de conflitos em sala de aula. Afirmam alguns que o conflito é a estratégia ideal para motivar o aluno para o trabalho escolar. Técnicas como a “redescoberta” e a “solução de problemas”, apenas para citar duas, teriam um efeito motivador destacado quando partem de questões provocativas, de incongruências enigmáticas e de pontos de vista contrastantes.” (Parra,1983:p.59) (grifo nosso)

O jogo, pelo seu caráter propriamente competitivo, apresenta-se como uma atividade capaz de gerar situações-problema “provocadoras”, onde o sujeito necessita coordenar diferentes pontos de vista, estabelecer várias relações, resolver conflitos e estabelecer uma ordem. Aperfeiçoar-se no jogo significa jogá-lo operatoricamente, considerando todos esses aspectos. Conforme pontua Kishimoto (1996):

“As crianças ficam mais motivadas a usar a inteligência, pois querem jogar bem; sendo assim, esforçam-se para superar obstáculos, tanto cognitivos quanto emocionais. Estando mais motivadas durante o jogo, ficam também mais ativas mentalmente.” (Kishimoto,1996:p.96)

As crianças pequenas aprendem muito, apenas com a ação nos jogos. Segundo Piaget apud Kishimoto (1996), o jogo é a construção do conhecimento, principalmente nos períodos sensório-motor e pré-operatório. Assim, quando as crianças, neste período, agem sobre os objetos, estruturam conceitos de espaço, tempo, estabelecem a noção de causalidade, representam e, finalmente chegam à estruturação lógica.

Para o adolescente ou adulto, onde a cooperação e interação no grupo social são fontes de aprendizagem, as atividades com jogos de regras representam situações bastante motivadoras e de real desafio.

Quando nos referimos à utilização de jogos nas aulas de Matemática como um suporte metodológico, consideramos que tenha utilidade em todos os níveis de ensino. O importante é que os objetivos com o jogo estejam claros, a metodologia a ser utilizada seja adequada ao nível que se está trabalhando e, principalmente, que represente uma atividade desafiadora ao aluno para o desencadeamento do processo.

Além disso, o elemento jogo possui características particulares que transcendem à simples ação no brinquedo. Evidencia-se que, no jogo, se determinam regras, muitas vezes, definidas pelo grupo de jogadores, na busca de estabelecer uma "lógica de ação" e movimentação dos elementos do jogo. Este elemento se apresenta como uma atividade dinâmica e de prazer, desencadeada por um movimento próprio, desafiando e motivando os jogadores à ação. A socialização propiciada por tal atividade não pode ser negligenciada, na medida em que a criação e o cumprimento de regras envolve o se relacionar com o outro que pensa, age e cria estratégias diferenciadas.

É na ação do jogo que o sujeito, mesmo que venha a ser derrotado, pode conhecer-se, estabelecer o limite de sua competência enquanto jogador e reavaliar o que precisa ser trabalhado, desenvolvendo suas potencialidades, para evitar uma próxima derrota. O "saber perder" envolve este tipo de avaliação.

Portanto, considera-se que o jogo, em seu aspecto pedagógico, se apresenta produtivo ao professor que busca nele um aspecto instrumentador e, portanto, facilitador na aprendizagem de estruturas matemáticas, muitas vezes de difícil assimilação, e também produtivo ao aluno, que desenvolveria sua capacidade de pensar, refletir, analisar, compreender conceitos matemáticos, levantar hipóteses, testá-las e avaliá-las (investigação matemática), com autonomia e cooperação.

Moura, A. (1995), ao discutir sobre as relações sociais contidas nos jogos de regras, afirma:

“Nos jogos de regra, os jogadores estão, não apenas, um ao lado do outro, mas ‘juntos’. As relações entre eles é explícita pelas regras do jogo. O conteúdo e a dinâmica do jogo não determinam apenas a relação da criança com o objeto, mas também suas relações em face a outros participantes do jogo.(...) Assim, o jogo de regras possibilita o desenvolvimento das relações sociais da criança.”
(Moura,A.,1995:p.26)

É por isso que observamos que, muitas vezes, durante as atividades com jogos, as crianças (adversários) se ajudam durante as jogadas, esclarecendo regras e, até mesmo, apontando melhores jogadas (estratégias). A competição fica minimizada. O objetivo torna-se a socialização do conhecimento do jogo.

Além disso, nesse processo de socialização no jogo, a criança ouve o colega e discute, identificando diferentes perspectivas e se justificando. Ao se justificar, argumenta e reflete sobre os seus próprios procedimentos em um processo de abstração reflexiva.

Segundo Piaget (1995), o processo de abstração reflexiva ocorre em dois sentidos complementares. Em um primeiro momento, a criança transpõe a um plano superior o que colhe no patamar precedente (conceituação da ação). Piaget designa esta transferência ou projeção pelo termo francês *réfléchissement*. Em segundo lugar, a criança deve necessariamente reconstruir sobre o plano B o que foi coletado no plano anterior A, relacionando os elementos extraídos de A com os já situados em B, *réflexion*, para Piaget. Nesse processo a criança abstrai o conceito.

Portanto, situações que propiciem à criança uma reflexão e análise do seu próprio raciocínio, que esteja “fora” do objeto, nos níveis já representativos, necessitam ser valorizadas no processo de ensino-aprendizagem da Matemática e o jogo demonstra ser um instrumento importante na dinamização desse processo.

Macedo et al. (1997) pontua a importância dos jogos para a Matemática escolar: “*No que diz respeito à matemática na perspectiva escolar, o jogo de regras possibilita à criança construir relações quantitativas ou lógicas: aprender a raciocinar e demonstrar, questionar o como e o porquê dos erros e acertos.*” (Macedo et al.,1997:p.151).

Neste contexto, conforme descrito em Grandó (1995), podemos resgatar as possibilidades psicopedagógicas do jogo que procuram justificar a inserção deste suporte metodológico no ensino, em geral. Dentre as várias possibilidades, constatam-se as que são apontadas a seguir:

A competição inerente aos jogos garante-lhes o dinamismo, o movimento, propiciando um interesse e envolvimento espontâneos do aluno e contribuindo para o seu desenvolvimento social, intelectual e afetivo.

É pela competição que se estabelece a necessidade, no aluno, de elaboração de estratégias, a fim de vencer o jogo. O aluno, por exemplo, observa que é mais fraco que o seu adversário num

determinado jogo, mas existe a vontade de vencer. Então, procura estabelecer estratégias que o levem a superar tal deficiência e, possivelmente, vencer o outro.

Na verdade, existe uma busca do jogador pela competição. Na medida em que um determinado adversário deixa de ser um desafio ao jogador, então ele vai em busca de adversários considerados “mais fortes” que ele para tê-los como espelhos de si mesmo, a fim de superar-se. Conforme afirma Macedo (1993): “(...) *quando se ganha, se ganha de si mesmo e quando se perde, se perde de si mesmo.*” (Macedo,1993:p.11). A competição no jogo propicia uma constante auto-avaliação do indivíduo sobre suas competências, habilidades, talentos e performance.

2.3. Cooperação no jogo de regras

Kamii, Devries (1991), baseando-se nas concepções de Piaget, explicam o sentido de cooperar nos jogos em grupo, pontuando que “cooperação” significa “co-operar”, ou seja, “operar junto” ou “negociar”, para estabelecer um acordo que parece adequado a todos os envolvidos (jogadores). Cooperando o indivíduo está coordenando diferentes pontos de vista, sendo capaz de “descentrar”, ou seja, de ver uma situação a partir do ponto de vista do outro (adversário ou parceiro).

Macedo et al. (1997), analisando o jogo de regras, ressalta o seu valor grupal:

“No caso de uma modalidade competitiva, o jogo mantém seu valor grupal, pois desafia um jogador a coordenar seu ponto de vista com o de seu adversário, realizando, por exemplo, jogadas simultaneamente ofensivas e defensivas.” (Macedo et al,1997:p.27)

Para Piaget apud Kamii, Devries (1991) a interação social entre colegas é indispensável ao desenvolvimento social, moral e intelectual dos indivíduos. É a partir da cooperação que se corrige a atitude de respeito unilateral, exercendo um papel libertador e construtivo, tanto no domínio moral como nas coisas relativas à inteligência. Piaget apud Lener (1996) afirma que a cooperação entre as crianças é tão importante para o progresso do conhecimento quanto a ação, mediação dos adultos e que as situações que favorecem a discussão entre pares, propiciando um

verdadeiro intercâmbio de pontos de vista, são insubstituíveis para incentivar a formação do senso crítico e de um pensamento cada vez mais objetivo. Neste sentido, pontua que:

“Se tivéssemos que escolher entre o conjunto de sistemas pedagógicos atuais aqueles que correspondem melhor aos nossos resultados psicológicos, tentaríamos orientar o nosso método àquilo que denominamos “o trabalho em grupos”(…)Na escola tradicional (…) a classe escuta em conjunto, porém cada escolar escuta suas lições para si mesmo. (…) O método de trabalho em grupo reage contra esse estado de coisas: a cooperação eleva-se à categoria de fator essencial do progresso intelectual.” (Piaget apud Lener,1996:p.101)

Os jogos em grupo representam atividades em grupo como estas pontuadas por Piaget e possibilitam aos indivíduos trabalharem com a regularidade, o limite, o respeito e a disciplina, através de ações necessariamente subordinadas a regras. Todos esses aspectos se fazem importantes para a vida do indivíduo, em sociedade. Macedo apud Petty (1995), destaca que:

“Do ponto de vista social tem-se nos jogos de regras as exigências básicas para uma vida social: a necessidade de uma linguagem, de códigos e, principalmente, da consideração de regras que regulam nosso comportamento interindividual” (Macedo apud Petty,1995:p.66)

Piaget (1928), buscando estabelecer uma relação entre a lógica e a cooperação, ressalta o papel da discussão e do respeito mútuo na construção das estruturas mentais necessárias para a elaboração do conhecimento, pontuando que:

“No que se refere à lógica, a cooperação é, primeiramente, fonte de crítica: graças ao controle mútuo, repele simultaneamente a convicção espontânea própria do egocentrismo e a confiança cega na autoridade adulta. A discussão produz, assim, a reflexão e a verificação objetiva. Mas, pelo mesmo fato, a cooperação é fonte de valores construtivos. Tende para o reconhecimento dos princípios da lógica formal, enquanto estas leis normativas são necessárias à pesquisa comum.” (Piaget,1928:p.349)

Piaget (1998) discute ainda sobre a importância da cooperação como condição para o verdadeiro pensamento da criança, pontuando que, na medida em que ela é capaz de renunciar aos seus desejos e interesses próprios para pensar em função de uma realidade comum, de um interesse coletivo e pode se colocar no ponto de vista dos outros, é possível que “a inteligência

adote a atitude, própria ao espírito científico desde suas formas mais simples, que consiste em dissociar o real das ilusões antropocêntricas.” (Piaget,1998:p.143).

O desenvolvimento da criatividade é resultante da ação do indivíduo no jogo, onde ele exerce seu poder criador, elaborando estratégias, elaborando regras e cumprindo-as. No contexto do jogo, ele se insere num mundo de fantasia, irreal, criado por ele, onde exerce um certo poder e é capaz de criar. Conforme descreve González, Goñi (1987):

“Durante o jogo o sujeito encontra situações apropriadas para exercitar seu poder, expressar seu domínio e manifestar sua capacidade de transformar o mundo real, experimentar um sentimento de assombro gozoso diante do descobrimento do novo e de suas possibilidades de invenção.” (González,Goñi,1987:p.23)

Não se pode negar a importância dos jogos no desenvolvimento da criatividade, já que eles representam a própria criação humana, que vem satisfazer a necessidade do indivíduo de conhecimento da realidade, pelo prazer propiciado pelas atividades lúdicas.

O jogo propicia o desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas na medida em que possibilita a investigação, ou seja, a exploração do conceito através da estrutura matemática subjacente ao jogo e que pode ser vivenciada, pelo aluno, quando ele joga, elaborando estratégias e testando-as a fim de vencer o jogo. O cerne da resolução de problemas está no processo de criação de estratégias e na análise, processada pelo sujeito, das várias possibilidades de resolução. No jogo ocorre fato semelhante. Ele representa uma situação-problema determinada por regras, em que o indivíduo busca a todo o momento, elaborando estratégias e reestruturando-as, vencer o jogo, ou seja, resolver o problema. Esse dinamismo característico do jogo é o que possibilita identificá-lo no contexto da resolução de problemas.

Em Grandó (1995), defende-se a inserção dos jogos no contexto educacional numa perspectiva de resolução de problemas, garantindo ao processo educativo os aspectos que envolvem a exploração, explicitação, aplicação e transposição para novas situações-problema do conceito vivenciado.

Analisando a relação entre o jogo e a resolução de problemas, ambos enquanto estratégias de ensino, evidenciam-se vantagens no processo de criação e construção de conceitos, quando possível, através de uma ação comum estabelecida a partir da discussão matemática entre os alunos e entre o professor e os alunos.

Constata-se que o processo desencadeado pelo jogo é semelhante ao desenvolvido na resolução de um problema, embora, na situação de jogo, o problema se apresente dinâmico, ou seja, como um *problema em movimento* (Moura, M., 1992a). Assim sendo, o jogo, definido como um gerador de situações-problema e desencadeador da aprendizagem do aluno, insere-se numa interpretação de resolução de problemas (Mendonça, 1993) que considera o problema como ponto de partida para a formação de conceitos. Assim, o jogo se apresenta como um problema que "dispara" para a construção do conceito, mas que transcende a isso, na medida em que desencadeia esse processo de forma lúdica, dinâmica, desafiadora e, portanto, mais motivante ao aluno.

Ambos, o jogo e a resolução de problemas, se apresentam impregnados de conteúdo em ação e que, psicologicamente, envolvem o pensar, o estruturar-se cognitivamente a partir do conflito gerado pela situação-problema.

Corbalán (1996), buscando estabelecer as relações entre os jogos e a resolução de problemas, caracteriza os jogos de estratégia como os mais próximos da metodologia de resolução de problemas, na medida em que as estratégias utilizadas no processo de resolução de um problema podem ser analogamente definidas como estratégias de jogo. Além disso, citando Krulik, estabelece um paralelo entre as quatro etapas definidas por Polya para a resolução de problemas (compreensão do problema, elaboração de um plano, execução do plano e avaliação dos resultados), definindo também quatro etapas para elaboração de estratégias de um jogo:

- Familiarização com o jogo;
- Exploração inicial: procura de estratégias de resolução;
- Aplicação da estratégia: seleção de posições ganhadoras, validação das conjecturas, etc;
- Reflexão sobre o processo desencadeado.

Entretanto, para efeito de se trabalhar com jogos numa perspectiva de resolução de problemas, estas etapas se confundem, pois, muitas vezes, o aluno, na situação de jogo, só compreende o problema depois que o executa e a avaliação de uma jogada pode vir a acontecer depois de muitas outras jogadas.

A atividade de jogo, no contexto do processo ensino-aprendizagem da Matemática, apresenta-se, ao aluno, como séria, de real compromisso, envolvimento e responsabilidade, sendo que tais evidências podem vir a prepará-lo para se adaptar ao mundo do trabalho, desde que o caráter lúdico do jogo não seja comprometido.

Os jogos encontram-se entranhados no ambiente sócio-cultural dos alunos e, neste sentido, evidencia-se a necessidade de respeitar e valorizar os jogos já de conhecimento do aluno, seja os tradicionais, seja os que vão sendo culturalmente criados, implicando numa opção pedagógica do professor por eles, aprendendo a observar e ouvir de seus alunos as formas como brincam, como desenvolvem suas atividades lúdicas que propiciariam um importante meio para a compreensão, apreensão, desenvolvimento, explicitação, aplicação e generalização de conceitos.

A inserção de jogos no contexto de ensino-aprendizagem implica em vantagens e desvantagens apontadas por inúmeros estudiosos, tais como: Kishimoto, (1996); Machado, (1990); Corbalán, (1996); Giménez, (1993), descritas em Grandó (1995) e abordadas na literatura especializada e que devem ser refletidas e assumidas pelos educadores, ao se proporem a desenvolver um trabalho pedagógico, com os jogos. Sintetizam-se, dentre as contribuições os aspectos a seguir:

VANTAGENS	DESVANTAGENS
<ul style="list-style-type: none"> - fixação de conceitos já aprendidos de uma forma motivadora para o aluno; - introdução e desenvolvimento de conceitos de difícil compreensão; - desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas (desafio dos jogos); - aprender a tomar decisões e saber avaliá-las; - significação para conceitos aparentemente incompreensíveis; - propicia o relacionamento das diferentes disciplinas (interdisciplinaridade); - o jogo requer a participação ativa do aluno na construção do seu próprio conhecimento; - o jogo favorece a socialização entre os alunos e a conscientização do trabalho em equipe; - a utilização dos jogos é um fator de motivação para os alunos; - dentre outras coisas, o jogo favorece o desenvolvimento da criatividade, de senso crítico, da participação, da competição "sadia", da observação, das várias formas de uso da linguagem e do resgate do prazer em aprender; - as atividades com jogos podem ser utilizadas para reforçar ou recuperar habilidades de que os alunos necessitem. Útil no trabalho com alunos de diferentes níveis; - as atividades com jogos permitem ao professor identificar, diagnosticar alguns erros de aprendizagem, as atitudes e as dificuldades dos alunos. 	<ul style="list-style-type: none"> - quando os jogos são mal utilizados, existe o perigo de dar ao jogo um caráter puramente aleatório, tornando-se um "apêndice" em sala de aula. Os alunos jogam e se sentem motivados apenas pelo jogo, sem saber porque jogam; - o tempo gasto com as atividades de jogo em sala de aula é maior e, se o professor não estiver preparado, pode existir um sacrifício de outros conteúdos pela falta de tempo; - as falsas concepções de que se devem ensinar todos os conceitos através de jogos. Então as aulas, em geral, transformam-se em verdadeiros cassinos, também sem sentido algum para o aluno; - a perda da "ludicidade" do jogo pela interferência constante do professor, destruindo a essência do jogo; - a coerção do professor, exigindo que o aluno jogue, mesmo que ele não queira, destruindo a voluntariedade pertencente à natureza do jogo; - a dificuldade de acesso e disponibilidade de material sobre o uso de jogos no ensino, que possam vir a subsidiar o trabalho docente.

Todas estas considerações acima delineadas como importantes e necessárias ao processo de inserção do jogo no contexto de ensino-aprendizagem, propõem ao professor que, ao assumir uma proposta de trabalho com jogos, deve assumi-la como uma opção, apoiada em uma reflexão com pressupostos metodológicos, prevista em seu plano de ensino, vinculada a uma concepção coerente, presente no plano escolar, como um todo. Tal vinculação se faz necessária para o sucesso do trabalho, na medida em que o professor não desencadeia a ação sozinho, mas numa ação comum, juntamente com todos os outros professores responsáveis pela formação escolar dos alunos. É a coerência numa postura metodológica assumida pela equipe de professores.

É importante que, para o professor, o objetivo e a ação em si a serem desencadeados pelo jogo, estejam bastante claros e tenham sido amplamente discutidos e delineados com seus colegas de trabalho, garantindo um trabalho interdisciplinar.

Vários fatores de ordem metodológica devem ser explorados pelo professor e fazer parte de seu plano de ação. Estes fatores caracterizam-se por algumas condições necessárias para o surgimento dos jogos no contexto escolar.

Por exemplo, o ambiente da sala onde serão desencadeadas as ações com jogos, deve ser propício ao desenvolvimento da imaginação dos alunos, principalmente se se tratar de crianças, de forma que, ao trabalharem em grupos, eles possam criar novas formas de se expressar, com gestos e movimentos diferentes dos normalmente "permitidos" numa sala de aula tradicional. É necessário que seja um ambiente onde se possibilitem momentos de diálogo sobre as ações desencadeadas. Um diálogo entre alunos e entre professor e aluno, que possa evidenciar as formas e/ou estratégias de raciocínio que vão sendo utilizadas e os problemas que vão surgindo no decorrer da ação. Nesse ambiente, todos são chamados a participar da brincadeira, respeitando aqueles que não se sentem à vontade, num primeiro momento, de executar a brincadeira, criando alternativas de participação, tais como: observação dos colegas, juiz do jogo ou monitor das atividades.

Kishimoto (1994) aponta que a constituição de um ambiente de estímulo à brincadeira, aos jogos, tem sido uma das grandes preocupações da maioria dos educadores e profissionais de instituições infantis. Baseando-se em Campagne, ela apresenta alguns itens que devem ser levados em consideração, como:

"a disponibilidade de materiais, o nível de verbalização entre adultos e crianças e aspectos educativos e corporais para estimular brincadeiras(...). A verbalização do professor deve incidir sobre a valorização de características e possibilidades dos brinquedos e possíveis estratégias de exploração." (Kishimoto,1994:p.20).

Neste sentido, o currículo escolar necessita ser redimensionado, criando espaços de tempo para os jogos, a fim de que eles sejam respeitados e assumidos como uma possibilidade metodológica ao processo ensino-aprendizagem de conceitos.

Deve lembrar ainda que o professor não se isole do processo, mas que seja elemento integrante, ora como observador, juiz e organizador, ora como questionador, enriquecendo o

jogo, mas evitando interferir “muito” no seu desenrolar. Portanto, como um elemento mediador entre os alunos e o conhecimento, via a ação do jogo.

Neste aspecto, o professor-orientador da ação com os jogos se apresenta como o grande dinamizador da relação que se estabelece na sala de aula entre o Jogar ? "Fazer Matemática" ? Aprender Matemática.

Mais especificamente, quanto aos processos de ensino-aprendizagem da Matemática, o elemento jogo se apresenta com formas específicas e características próprias, propícias a contribuir para a compreensão de muitas das estruturas existentes e algumas de difícil assimilação.

A linguagem matemática, de difícil acesso e compreensão do aluno, pode ser simplificada através da ação no jogo. A construção, pelo aluno, de uma linguagem auxiliar, coerente com a situação de jogo, propicia estabelecer uma "ponte" para a compreensão da linguagem matemática, enquanto forma de expressão de um conceito, e não como algo abstrato, distante e incompreensível, que se possa manipular independentemente da compreensão dos conceitos envolvidos nesta exploração. O registro no jogo, gerado por uma necessidade, pode representar um dos caminhos à construção desta linguagem matemática.

Por exemplo, um dos grandes problemas no ensino da Matemática no 4º ciclo do Ensino Fundamental (13 / 14 anos) é o momento da introdução do pensamento algébrico e, por conseguinte, da linguagem algébrica. Os raciocínios geométricos e aritméticos que predominam no ensino da Matemática até o 3º ciclo (11 / 12 anos) parecem não representar grandes obstáculos para a compreensão do aluno. A Matemática se apresenta como significativa e acessível ao aluno, fazendo com que ele goste de aprendê-la. Entretanto, quando as primeiras noções de álgebra começam a ser introduzidas no final do 3º ciclo, muitos alunos passam a ter grandes dificuldades com a Matemática e, como consequência natural, passam a detestá-la.

Na verdade, muitos alunos não chegam a compreender e perceber as vantagens que resultam da utilização dos símbolos algébricos, porque não são capazes de perceber a sua relação com o que representam, e isto se deve, geralmente, às situações de ensino que não são suficientemente adequadas para gerar a necessidade da simbolização. O fato é que, da mesma forma que o conceito algébrico necessita ser construído, também a linguagem algébrica necessita. Embora a maioria dos símbolos que se utilizam em Álgebra já tenham sido utilizados em Aritmética, seu significado é distinto e ampliado.

Para o processo de ensino e aprendizagem em Álgebra, é fundamental o conceito de variável (Schoenfeld, Arcavi, 1988). Além disso, é necessário que as noções de variável e incógnita sejam bem definidas, para que o aluno saiba distinguir em quais situações a letra representa um número definido, mas que necessita ser descoberto (incógnita) e, em quais situações a letra representa vários números possíveis que vão alterando o resultado (variável).

Neste sentido, adquirir o conceito de variável pressupõe a conjunção de dois processos:

- *Generalização*: que permite passar de um conjunto de situações concretas para algum aspecto comum a todas elas (observação de regularidades);
- *Simbolização*: que permite expressar de forma abreviada o que têm em comum todas as situações (representação por uma linguagem).

Torna-se importante para o aluno a compreensão das relações envolvidas entre as inúmeras variáveis e suas diferentes formas de representação, o que nem sempre é um processo óbvio, pois exige muita abstração.

A utilização de novas tecnologias está produzindo mudanças importantes no desenvolvimento da Matemática escolar. No caso da Álgebra, reduzem-se os trabalhos mecânicos e rotineiros e sem significação, os quais a máquina pode realizar sozinha, e multiplicam-se aqueles que demandem uma conceitualização e representação. A interpretação do problema, elaboração de estratégias de ação, construção de procedimentos e análise dos erros ficam por conta do aluno, a máquina apenas executa.

Por exemplo, a programação do jogo (Tangran)² em LOGO³ permite o registro de todo o processo de raciocínio estabelecido no desenvolvimento das estratégias. Quando o aluno cria a programação do jogo, utiliza procedimentos lógicos que se expressam nessa mesma programação, o que permite, ao professor, identificá-los através do programa em LOGO. O professor pode, assim, acompanhar o que o aluno está pensando, qual o tipo de raciocínio envolvido na sua estratégia e quais hipóteses estão subjacentes a tal estratégia.

Como descreve Miskulin (1994), referindo-se à atitude do professor-pesquisador ao observar os sujeitos em atividades de programação no ambiente LOGO:

² Tangran: quebra-cabeça chinês formado por sete peças proporcionais.

³ LOGO: linguagem computacional de programação desenvolvida por Seymour Papert – MIT/USA

“A atividade de programar no ambiente Logo constitui-se uma situação adequada para se observar e descrever as ações e reações do sujeito, ao resolver problemas, levantar hipóteses, criar estratégias, enfim, uma situação na qual pode-se inferir sobre os processos resolutivos do sujeito, ao controlar sua estratégias, atribuindo-lhes valores e significados para que possa realizar sua tarefa.” (Miskulin,1994:p.260)

Acredita-se que a dificuldade de identificação, pelo professor e, até mesmo de representação, pelo aluno, das estratégias desenvolvidas sobre o jogo, são resgatadas, mesmo que parcialmente, através da programação em Logo.

Neste sentido, a linguagem computacional exigida na definição do procedimento serve de “ponte” entre a linguagem natural e o estabelecimento de uma linguagem algébrica. Assim, a simbolização algébrica pode ser determinada através de uma necessidade gerada pelo próprio programa utilizado.

Outro aspecto importante de ser observado é que a elaboração do procedimento permite, ao professor, um resgate de todo o processo de pensamento do aluno. Trata-se de uma forma de “leitura” dos passos construídos pelo aluno para elaborar o projeto. É a explicitação do raciocínio do aluno através de uma linguagem, a linguagem de programação.

Portanto, para a atividade de jogo em ambiente escolar, a combinação jogo com a linguagem de programação pode vir a facilitar o trabalho do professor-orientador da ação, na medida em que possibilita o resgate das estratégias de jogo, a partir do programa do aluno.

No âmbito desta pesquisa, foram priorizadas no trabalho, atividades com jogos de estratégia, jogos estes definidos por Corbalán (1996), como sendo *“aqueles onde se desenvolve um ou vários procedimentos típicos de resolução de problemas ou formas habituais de pensamento matemático”* (Corbalán,1996). Estes tipos de jogos são importantes para a formação do pensamento matemático e propiciam passos para a generalização (estratégias do jogo). O conceito matemático pode ser identificado na estruturação do próprio jogo, na medida em que não basta jogar simplesmente para construir as estratégias e determinar o conceito. É necessária uma reflexão sobre o jogo, análise do jogo. Um processo de reflexão e elaboração de procedimentos para a resolução dos problemas que aparecem no jogo. Observando as regularidades presentes na ação do jogo, ou mesmo na resolução das situações-problema de jogo, é possível ao sujeito: ter previsões de jogadas, levantar hipóteses, corrigir “jogadas erradas” e elaborar estratégias vencedoras.

2.4. A análise de possibilidades no jogo de regras

Diante das situações-problema de jogo que se apresentam ao sujeito, quando ele age sobre o jogo e o constante desafio em vencê-lo, novos espaços para a elaboração de estratégias de jogo são abertos. A análise de possibilidades é marcada por tomada de decisões sobre quais estratégias poderiam ser eficazes. É possível ao sujeito, que não domina um jogo, estabelecer jogadas extremamente aleatórias, sem realmente refletir sobre suas ações. Mas jogar operatorialmente um jogo de regras, significa ser capaz de analisar as possibilidades de jogadas, elaborar estratégias, testá-las e avaliá-las.

Os jogos de estratégia favorecem a construção e a verificação de hipóteses. As possibilidades de jogo são construídas a partir destas hipóteses que vão sendo elaboradas pelos sujeitos. Quando o sujeito executa uma jogada, leva em conta o universo das possibilidades existentes para aquela jogada. Nesse processo, quanto mais o sujeito analisa, executa e toma decisões sobre as possibilidades, coordenando as informações que ele vai obtendo no jogo, melhor jogador ele se torna, pois é capaz de “enxergar” as várias possibilidades. A análise de possibilidades favorece, também, a previsão e/ou antecipação no jogo.

Segundo Brenelli (1996a), os jogos permitem às crianças inventarem novos procedimentos, que se constituem em contextos favoráveis para a construção do possível e do necessário. A autora, baseando-se na teoria piagetiana define tais conceitos:

“Os possíveis dizem respeito aos diferentes meios de se alcançar o resultado, e a necessidade, à coerência e à integração dos meios em função dos resultados. Para Piaget (1985), a formação dos possíveis constitui-se em autênticas criações e invenções que resultam de construções. Desse modo, cada novo procedimento empregado no jogo é uma criação, ou seja, possibilidades que se atualizam.” (Brenelli,1996a:p.39).

Desse processo de formação de possíveis, construção e análise de possibilidades, o necessário é elaborado, o que, segundo Piaget apud Brenelli (1996a) é a coordenação progressiva dessas duas modalidades que constituem as condições prévias das construções operatórias. Neste sentido, Piaget apud Brenelli (1996a) define que:

“O possível não é algo observável, mas o produto de uma construção do sujeito, em interação com as propriedades do objeto, mas inserindo-as em interpretações devidas às atividades do sujeito, atividades essas que determinam, simultaneamente, a abertura de possíveis cada vez mais numerosos, cujas interpretações são cada vez mais ricas.” (Piaget apud Brenelli, 1996a:p.7)

Quanto ao possível cognitivo, que Piaget apud Brenelli (1996a) define como sendo, essencialmente, invenção e criação, espera-se que, para sujeitos de 11–12 anos cheguem a compreender, conforme a necessidade, a quantidade ilimitada de soluções possíveis, é necessário selecionar problemas bastante gerais, desafiando-os a imaginarem e criarem tais soluções.

2.5. O “erro” na situação de jogo

O que poderia significar “errar” num jogo de estratégia? Talvez o fato de não fazer uma boa jogada? Nem sempre...É possível a um jogador “errar” em uma jogada, não optando pela melhor, e, obter a vitória no jogo, ou seja, resolver sua situação-problema de jogo que é vencer. Por outro lado, a constatação sobre o conjunto de jogadas mal realizadas, ao final de um jogo em que o sujeito perde para o adversário, pode levá-lo a refletir sobre ações realizadas e elaborar estratégias a fim de vencer o jogo, resolver o problema.

Em situações escolares, valoriza-se muito o acerto, desprezando-se os erros obtidos pelos sujeitos na obtenção da resposta correta. Ora, isso torna todo o processo de construção da Ciência num grande equívoco. Desde quando a Ciência é produzida, desde seu primeiro momento, exatamente na forma como se apresenta? Após a constatação de um fenômeno, ou mesmo a construção de um sistema, os erros obtidos durante o processo são repensados, reformulados e abolidos, dando lugar ao rigor na apresentação. Na construção do conhecimento pela criança e pelo adulto, o mesmo processo ocorre:

“(...)quando se considera o processo, ignorar o erro é supor que se pode acertar sempre na ‘primeira vez’; é elimina-lo como parte, às vezes inevitável, da construção de um conhecimento, seja de crianças, seja de adultos. Em outras palavras, como processo, ‘errar’ é construtivo.” (Macedo et al, 1997:p.29)

Nas situações de jogo, as jogadas, os comentários, a tomada de decisões a partir da análise de jogadas que o jogador considera “erradas”, são expostas para o observador (professor,

psicopedagogo, pesquisador), evidenciando muito das dificuldades apresentadas pelos sujeitos, até mesmo de ordem cognitiva. Desta forma, o erro pode ser útil enquanto fonte de informações a cerca dos procedimentos utilizados pelos sujeitos e recurso para a reflexão sobre como as estratégias de jogo são definidas, a partir da análise de tais erros.

Segundo Macedo et al (1997), os jogos são úteis para evidenciar um erro, ou seja, torná-lo um observável. Quando o sujeito joga e estabelece soluções para as situações-problema de jogo, quase sempre, sente-se perturbado ou com dúvida a respeito de alguma questão, habilidade ou conceito que anteriormente poderia nem ter sido notada por ele. O resultado de uma partida não favorável leva-o a sugerir que a estratégia de jogo adotada não foi bem definida, ou que ele não esteve atento às jogadas do adversário, implicando na necessidade de analisar os erros ou conjunto de erros cometidos. Esta análise lhe permite corrigir os procedimentos a serem adotados num novo jogo, e aprender a partir da observação dos procedimentos adotados pelo adversário.

“(...)analisar erros, numa perspectiva construtivista, consiste em tomar consciência daquilo que deve ser corrigido ou mantido, na tentativa de melhorar os procedimentos. Isso promove a regulação, ou seja, a modificação da ação de acordo com o resultado. É na tentativa de garantir melhores resultados e de adquirir novas estratégias que a criança vai construindo uma postura de observação do que produz e dos erros que comete.” (Macedo et al,1997:p.39) (grifo nosso)

Macedo et al. (1997), baseando-se nas concepções de Piaget, define ainda dois planos distintos de errar, e que podem ser identificados e diferenciados durante a ação no jogo:

1º - Um erro no plano do fazer, onde errar significa não atingir o objetivo do jogo, ou seja, não ser capaz de vencê-lo, embora tenha cumprido as regras pré-determinadas. Errar, nesta perspectiva, “*é produzir uma contradição no sistema*” (Macedo et al.,1997:p.39);

2º - Um erro no plano do compreender é ser capaz de constatar o fato de que perdeu o jogo, entretanto, não ser capaz de identificar as jogadas que foram boas ou más. É possível ao sujeito analisar suas jogadas, entretanto não é capaz de justificá-las, de refletir sobre a escolha de uma determinada ação.

“Errar, no plano do compreende, significa deparar-se com situações de conflito (contraditórias) e, ao refletir sobre elas, não conseguir justificar as jogadas (...)No entanto, o fato de ser capaz de compreender não implica necessariamente atingir os objetivos do jogo,mas estar comprometido com o domínio da estrutura e submetido às contingências do momento.” (Macedo et al,1997:p.40)

A análise do erro do aluno e a construção das estratégias de resolução dos problemas de jogo fornecem ao professor subsídios para a sistematização dos conceitos trabalhados durante a situação de jogo.

Portanto, o processo de sistematização dos conceitos e/ou habilidades do pensamento matemático que vão emergindo no decorrer das situações de jogo deve ser desencadeado pelo profissional responsável pela intervenção pedagógica com os jogos, seja o professor, o pesquisador ou o psicopedagogo. É durante esse processo que são garantidas algumas estruturas matemáticas, desejadas numa situação de intervenção com jogos para o ensino da Matemática. A sistematização possibilita evidenciar para o sujeito o conceito que ele está trabalhando, as relações que está percebendo, as regularidades que podem ser observadas, a constatação de suas hipóteses e a possível aplicação de tais idéias a outras situações.

2.6. “Momentos” de jogo

Baseando-nos nas interpretações psicopedagógicas realizadas pelo LaPp-USP, poderíamos sintetizar os momentos de jogo a serem considerados na realização das atividades de intervenção com jogos em situações de sala de aula, que parecem ser as mais relevantes para a análise:

1º) Familiarização com o material do jogo;

Neste primeiro momento, os alunos entram em contato com o material do jogo, identificando materiais conhecidos, como: dados, peões, tabuleiros e outros, e experimentam o material através de simulações de possíveis jogadas. É comum o estabelecimento de analogias com os jogos já conhecidos pelos alunos.

2º) Reconhecimento das regras;

O reconhecimento das regras do jogo, pelos alunos, pode ser realizado de várias formas: explicadas pelo orientador da ação ou lidas ou, ainda, identificadas através da realização de várias partidas-modelo, onde o orientador da ação pode jogar várias partidas seguidas com um dos alunos, que aprendeu previamente o jogo, e os alunos restantes tentam perceber as regularidades nas jogadas e identificam as regras do jogo.

3º) O “Jogo pelo jogo”: jogar para garantir regras;

Este é o momento do jogo pelo jogo, do jogo espontâneo simplesmente, em que se possibilita ao aluno jogar para garantir a compreensão das regras. Neste momento, são exploradas as noções matemáticas contidas no jogo. O importante é a internalização das regras, pelos alunos. Joga-se para garantir que as regras tenham sido compreendidas e que vão sendo cumpridas.

4º) Intervenção pedagógica verbal;

Depois dos três momentos anteriores, os alunos passam a jogar agora contando com a intervenção propriamente dita. Trata-se das intervenções que são realizadas verbalmente, pelo orientador da ação, durante o movimento do jogo. Este momento caracteriza-se pelos questionamentos e observações realizadas pelo orientador da ação a fim de provocar os alunos para a realização das análises de suas jogadas (previsão de jogo, análise de possíveis jogadas a serem realizadas, constatação de “jogadas erradas” realizadas anteriormente, etc.). Neste momento, a atenção está voltada para os procedimentos criados pelos sujeitos na resolução dos problemas de jogo, buscando relacionar este processo à conceitualização matemática.

5º) Registro do jogo;

É um momento que pode acontecer, dependendo da natureza do jogo que é trabalhado e dos objetivos que se têm com o registro. O registro dos pontos, ou mesmo dos procedimentos e cálculos utilizados, pode ser considerado uma forma de sistematização e formalização, através de uma linguagem própria que, no nosso caso, seria a linguagem matemática. É importante que o orientador da ação procure estabelecer estratégias de intervenção que gerem a necessidade do registro escrito do jogo, a fim de que não seja apenas uma exigência, sem sentido para a situação de jogo.

Conforme afirma Macedo et al. (1997), discutindo sobre a importância do registro:

“criar formas de registro para posterior análise é um instrumento valioso, na medida em que lhe permite conhecer melhor seus alunos, identificando eventuais dificuldades e oferecer condições para a criança reavaliar ações passadas, podendo criar novas estratégias e até mesmo modificar os resultados.” (Macedo et al,1997:p.45)

O registro é um importante instrumento de que pode dispor o aluno, para a análise de jogadas “erradas” (jogadas que poderiam ser melhores) e construção de estratégias

6º) Intervenção escrita;

Trata-se da problematização de situações de jogo. Os alunos resolvem situações-problema de jogo, elaboradas pelo orientador da ação ou mesmo propostas por outros sujeitos. A resolução dos problemas de jogo propicia uma análise mais específica sobre o jogo, onde os problemas abordam diferentes aspectos do jogo que podem não ter ocorrido durante as partidas. Além disso, trata-se de um momento onde os limites e as possibilidades do jogo são resgatados pelo orientador da ação, direcionando para os conceitos matemáticos a serem trabalhados (aprendizagem matemática). O registro do jogo também está presente, neste momento.

Para o aluno, as situações-problema escritas representam um aperfeiçoamento nas suas formas de jogar, o que significa em uma melhora do seu desempenho a fim de vencer o jogo. É nesse sentido que buscamos garantir, até certo ponto, a pouca perda de ludicidade do jogo, ao levá-lo para o contexto de sala de aula. Para o aluno, o objetivo de realizar tais atividades continua sendo o aperfeiçoar-se para buscar uma vitória, ou seja, continua sendo o jogo, pois o fator competitivo está garantido nesta ação. Disto decorre o fato de retornarmos ao jogo, após a realização das situações-problema, o que denominamos o momento de “jogar com competência” e que analisaremos a seguir.

7º) Jogar com “competência”.

Um último momento representa o retorno à situação real de jogo, considerando todos os aspectos anteriormente analisados (intervenções). É importante que o aluno retorne à ação do jogo para que execute muitas das estratégias definidas e analisadas durante a resolução dos problemas. Afinal, de que adianta ao indivíduo analisar o jogo sem tentar aplicar suas “conclusões” (estratégias) para tentar vencer seus adversários? Optou-se em denominar este momento por “jogar com competência”, considerando que o aluno, ao jogar e refletir sobre suas jogadas e jogadas possíveis, adquire uma certa “competência” naquele jogo, ou seja, o jogo passa a ser considerado sob vários aspectos e óticas que inicialmente poderiam não estar sendo considerados.

Além disso, este último momento, de certa forma, poderia minimizar uma das problemáticas bastante apontadas quanto à utilização pedagógica de jogos no que se refere à possível “perda da ludicidade” do jogo. Existe uma certa resistência por parte de alguns teóricos em aceitar que o jogo possa ser utilizado como um fim que não seja o que eles chamam de “jogo pelo jogo”, isto é, uma atividade voluntária. Ao explorarmos o jogo pedagogicamente, defendem estes teóricos que “destruímos” o jogo em sua essência, na medida em que deixou de ser uma atividade a ser realizada voluntariamente, pelo simples prazer que ela proporciona. Conforme descrito em Grandó (1995), uma das autoras que discute esse assunto é Bousquet (1991). Ela aponta o lúdico como uma atividade não séria, ficando neutralizado e confinado a ocasiões excepcionais (festas e campeonatos). O Homem passa a ter momentos pré-determinados a fim de exercer sua atividade lúdica, sendo esta sinônimo de lazer, distante do mundo do trabalho. Como exemplo desta “delimitação” do lúdico, a autora cita o jogo educativo, ou pedagógico:

“Nos jogos educativos, informáticos ou de simulação, a própria noção de jogo educativo costuma basear-se num equívoco. Certamente a criança, como o adulto, aprende, cria e descobre seu universo mediante esta atividade livre do espírito que são os jogos: mas isso não significa que se possa instruir pelos jogos quando bem se entenda. Um jogo educativo, como qualquer outro, não acarreta automaticamente o lúdico (...) Ou se instrui a criança ou se deixa que ela brinque livremente (...) Toda tentativa de instruir, doutrinar ou informar mediante o lúdico está fadada ao fracasso, porque contraria a própria essência dos jogos.” (Bousquet,1991:p.7)

Entretanto, a própria autora aponta o quanto o lúdico pode ser educativo, desde que exista um respeito à natureza dos jogos. E, discutindo sobre as formas de aprendizado que se poderia ter, através do lúdico, defende a voluntariedade dos alunos em desenvolver as atividades, sem pressões do tipo prêmios, exames ou vantagens.

Portanto, busca-se com este último momento de jogo, denominado “jogar com competência”, estabelecer um momento em que o processo de análise do jogo e intervenção realizados, possam fazer sentido, no contexto do próprio jogo. Analisa-se para jogar melhor, para identificar estratégias vencedoras e testá-las. Além disso, durante as intervenções verbais e escritas, procura-se interferir o menos possível, deixando o jogo seguir o seu movimento.

Defende-se o valor pedagógico dos jogos, sua introdução em sala de aula, mesmo que para isto, como insistem alguns teóricos, exista uma “morte” essencial no jogo, já que o “ganho” que se tem para com a educação supera a perda (Macedo,1991).

Portanto, considerando esses momentos de jogo, infere-se que no jogo e pelo jogo o aluno possa construir conceitos matemáticos, dependendo do tipo de intervenção a que será submetido.

Conforme afirma Macedo et al (2000):

“a discussão desencadeada a partir de uma situação de jogo, mediada por um profissional, vai além da experiência e possibilita a transposição das aquisições para outros contextos. Isto significa considerar que as atitudes adquiridas no contexto de jogo tendem a tornar-se propriedade do aluno, podendo ser generalizadas para outros âmbitos, em especial, para as situações de sala de aula.” (Macedo, Petty, Passos, 2000:p.23)

2.7. Cálculo mental e jogo

“Nove vezes sete, pensava Shuman com profunda satisfação, é sessenta e três e não era preciso um computador para saber isso. O computador é minha própria cabeça. É surpreendente o sentimento de poder que isso lhe proporcionou”(Asimov apud Hope, 1986)

A importância da habilidade de cálculo mental é apontada por vários autores (Parra, 1996; Hope, 1986; Mendonça, Lellis, 1989; Taton apud Udina Abelló, 1992) como sendo necessária para uma significativa compreensão do número e de suas propriedades (domínio estrutural numérico), estabelecimento de estimativas e para o uso prático nas atividades cotidianas. Além disso, a habilidade com o cálculo mental pode fornecer notável contribuição à aprendizagem de conceitos matemáticos (relações / operações / regularidades / álgebra / proporcionalidade) e ao desenvolvimento da aritmética. Como aponta Taton apud Udina Abelló (1992):

“Penso que o cálculo escrito segue sendo preferível para a resolução de problemas complexos, o cálculo mental, que obriga o aluno a enfrentar claramente o objetivo a alcançar, combate o hábito tão freqüente de calcular mecanicamente, sem buscar julgar a possibilidade e a significação dos resultados obtidos(...) ou ao menos verificar sua ordem de grandeza.” (Taton apud Udina Abelló, 1992:p.59)

O cálculo mental está centrado no fato de que um mesmo cálculo pode ser realizado de diferentes formas. Pode-se escolher o que melhor se adapta àquela determinada situação-problema, considerando os números e as operações que necessitam ser realizadas. Desta forma, cada situação de cálculo mental se coloca como um problema em aberto, onde pode ser solucionada de diferentes maneiras, sendo necessário ao sujeito recorrer a procedimentos

originais, construídos por ele mesmo, a fim de chegar ao resultado. A satisfação do sujeito frente à criação de suas próprias estratégias de cálculo mental, favorecem a atitudes mais positivas frente à Matemática. Conforme pontuam Mendonça, Lellis (1989):

“Enfrentar e vencer desafios aumenta a autoconfiança das pessoas. E quando ocorre a invenção de um novo processo de cálculo (novo, ao menos para aquela turma) parece que todos repartem a sensação de que a Matemática não é inatingível. Cada aluno começa a sentir-se capaz de criar, nesse domínio. Além de tudo isso, é perceptível o aumento da capacidade do aluno de concentrar-se e estar atento nas aulas em decorrência da prática continuada do cálculo mental” (Mendonça,Lellis,1989:p.52)

O mais importante ao cálculo mental é a reflexão sobre o significado dos cálculos intermediários, facilitando a compreensão das regras que determinam os algoritmos do cálculo escrito. Desta forma, o constante exercício e a sistematização dos procedimentos de cálculo mental, podem vir a favorecer, ao longo do tempo, como estratégias de resolução e controle do cálculo escrito, conforme pontuam as orientações dos PCN's para o trabalho com cálculo mental no ensino fundamental.

Outro autor que justifica o cálculo mental como uma necessidade prática, cotidiana é Gali apud Udina Abelló (1992):*“O cálculo mental exige a aplicação a coisas concretas tanto como a prática abstrata. (...)O cálculo mental não está completo se não se aplica aos problemas mentais.”* (Gali apud Udina Abelló,1992:p.61). Na verdade, as estratégias cognitivas desenvolvidas a partir da utilização do cálculo mental em situações práticas, favorecem a generalização numérica, a imaginação e a memorização.

Além disso, Parra (1996), ao discutir a importância do cálculo mental no ensino da Matemática, defende que o trabalho com o cálculo mental habilita para uma forma de construção do conhecimento que vem a favorecer uma melhor relação do aluno com a própria Matemática. Trata-se de um processo de resolução dos problemas de maneira criativa, na busca de diferentes formas de resolução e não fixados em um único algoritmo capaz de dar conta da resolução. Valoriza-se a construção das possibilidades de resolução e suas limitações. Como afirma Gali apud Udina Abelló (1992):

“Saber que 35 é o resultado de 7 por 5, é saber muito pouca coisa. O conhecimento verdadeiro do 35 é uma espécie de intuição de todas as possibilidades de se chegar ao

número 35, por numerosas que sejam. 35 é também 25 mais 10, é também, 10 mais 10 mais 10 mais 5, etc...e também há que intuir as possibilidades de 35 para dar 70, que não cabe um número exato de vezes em 100, etc.” (Gali apud Udina Abelló,1992:p.61)

As estratégias de cálculo mental utilizadas pelos sujeitos no seu cotidiano são, na maioria das vezes, bem diferentes dos métodos de cálculo aprendidos em aritmética, na escola. As estratégias representam um plano, um método ou uma série de ações a fim de obter um objetivo específico, resolver um cálculo mental. A matemática escolar, valoriza o cálculo do papel e lápis, mesmo sendo pouco significativo para o aluno e demonstrando quase nenhum raciocínio empregado. Conforme pontua Hope (1986):

“Infelizmente, quando o problema exige cálculo mental, muitas crianças e adultos parecem não levar consigo seus cérebros. Alguns jovens pesquisados pelo National Assessment of Educational Progress (1983) tiveram dificuldade com cálculos mentais. Quando se pediu para que calculassem 90×70 de cabeça, somente 55% dos jovens de 17 anos foram capazes de fazê-lo (...)” (Hope,1986)

Provavelmente, esses jovens citados na pesquisa tenham freqüentado até os 17 anos de idade, no mínimo, 10 anos de escolaridade, sendo que, possivelmente tiveram que resolver muitos cálculos utilizando os algoritmos, na escola, e uma calculadora em casa. A questão é: Qual o lugar do cálculo mental na aprendizagem matemática? Trata-se de um assunto muito importante para ser reduzido ao status de experiência matemática incidental. As estratégias desenvolvidas durante o cálculo mental possibilitam reflexões sobre as propriedades dos números, divisibilidade, multiplicidade, exercícios mentais de composição e decomposição de números, enfim, pode-se trabalhar vários conceitos aritméticos e aplicá-los a situações reais de cálculo. Brownell apud Hope (1986) valorizava o significado do que era aprendido no ensino da aritmética e, nesse aspecto, afirma:

“a teoria do significado faz uma idéia da aritmética como um sistema de idéias, princípios e processos compreensíveis. De acordo com essa teoria, o teste do aprendizado não deve ter como resultado a facilidade mecânica que a pessoa tem de calcular. O teste verdadeiro é um entendimento das relações numéricas e habilidade de lidar com situações aritméticas com a devida compreensão da sua matemática assim como seu significado prático.” (Brownell apud Hope,1986)

Ainda segundo esse autor, o trabalho com o cálculo mental poderia ser o responsável por esse desencadeamento significativo no desenvolvimento da aritmética escolar. Portanto, o grande desafio dos professores é propor situações-problema onde as estratégias de cálculo mental sejam desenvolvidas.

“As pessoas com habilidade de cálculo mental vão em busca do significado, analisando relações e propriedades dos números. Uma pessoa habilidosa para o cálculo mental vê o cálculo da mesma forma que um artista vê uma pintura. Ambos vêem e percebem relações que o olho não treinado não vê (...) as relações numéricas fornecem uma dica para a pessoa que está habilitada para o cálculo mental.” (Hope, 1986)

As poucas pesquisas que discutem o assunto (Parra, 1996; Hope, 1986; Mendonça, Lellis, 1989; Taton apud Udina Abelló, 1992) têm mostrado que a habilidade para o cálculo mental, em situações escolares, é construída a partir da resolução de uma série de situações-problema, através da interação do aluno com seus colegas e com o professor. A partir destas interações e resolução dos desafios propostos, o aluno é capaz de elaborar suas estratégias pessoais de resolução dos problemas de cálculo mental.

Parra (1996) aponta os jogos como um dos importantes recursos para o trabalho com o cálculo mental, valorizando a autonomia do aluno no seu raciocínio e na busca de respostas para os problemas de jogo. Neste aspecto, afirma que:

“Os jogos representam um papel importante. Por um lado, permitem que comece a haver na aula mais trabalho independente por parte dos alunos: estes aprendem a respeitar as regras, a exercer papéis diferenciados e controles recíprocos, a discutir, a chegar a acordos.(...)Estes jogos utilizados em função do cálculo mental, podem ser um estímulo para a memorização, para aumentar o domínio de determinados cálculos.” (Parra, 1996:p.223)

É importante observar que o cálculo mental não exclui a utilização de papel e lápis, como um registro dos cálculos intermediários. O registro do cálculo mental possui uma forma específica de ser realizado. Por exemplo, em um registro na linguagem matemática formal, escreve-se: $5 + 3 = 8$; $8 \times 4 = 32$; já no registro em cálculo mental pode-se escrever assim: $5 + 3 = 8 \times 4 = 32$, que é a tradução do próprio raciocínio que está sendo realizado pelo sujeito. Portanto,

pode-se calcular mentalmente e registrar os passos mentais para efetuar o cálculo, através do papel.

Parra (1996), ao defender o jogo como um instrumento útil ao trabalho com o cálculo mental, define que a intervenção do professor é que conduz os alunos para que estabeleçam vínculos entre os diferentes aspectos que vão sendo trabalhados durante a ação com os jogos e a elaboração de procedimentos pelos alunos. Parra descreve, inclusive sobre a importância do processo de intervenção escrita após o uso do jogo de regras e, neste sentido, pontua que:

“Um dos instrumentos de que dispõe o professor para produzir relações entre algumas formas de atividades e outras é o jogo simulado. Este consiste em que, tomando como contexto de referência um jogo ou situação com a qual se trabalhou, o professor elabore “exercícios”, enunciados que tomam dados do jogo, porém diante dos quais os alunos trabalham como se estivessem diante de um problema, sem a rapidez do jogo e com oportunidade de explicitar e/ou discutir suas opções (o que, nos jogos, nem sempre é necessário)” (Parra;1996:p.224)

Para o professor o objetivo da resolução das situações-problema escritas (intervenção escrita) é o registro e análise das formas de raciocínio que estão sendo processadas pelos alunos, nas situações simuladas de jogo. O registro evidencia, em grande parte, os procedimentos que estão sendo utilizados pelos alunos no jogo. Além disso, é possível ao professor propor uma situação de jogo que não tenha ocorrido no jogo normal dos sujeitos, e que poderia ser necessário para o desenvolvimento de um raciocínio útil à formação do conceito. Ou ainda, propor um limitador a mais para o jogo, além das regras e das jogadas dos adversários, complicando-o. Resolver as situações-problema implica em fazer inferências, jogar com situações simuladas, propiciando o levantamento de hipóteses e análise de resultados; relacionar as possibilidades e impossibilidades, raciocinar por exclusão, interpretar e traduzir em termos de linguagem escrita.

Consideramos fundamental, nesta pesquisa, o trabalho com o cálculo mental no ensino da Matemática. Concordamos com Parra (1996) quando aponta quatro razões para a inclusão do ensino de cálculo mental nas escolas:

1) Os conceitos e habilidades aprendidos a partir das estratégias de cálculo mental influem na capacidade de resolver problemas. É sabido o desejo que as escolas e a sociedade apresentam sobre a necessidade dos alunos serem formados a fim de serem capazes de resolver problemas. Parra, defende que o cálculo mental propicia esta disposição para resolver problemas;

2) O cálculo mental aumenta o conhecimento do aluno sobre o campo numérico. Segundo Parra (1996):

“Com atividades deste tipo, se busca que os alunos encontrem uma maneira de fazer matemática que não se reduza a usar algoritmos e produzir resultados numéricos, mas que inclua analisar os dados, estabelecer relações, tirar conclusões, ser capaz de fundamentá-las, provar o que se afirma de diversas maneiras, reconhecer as situações em que não funciona, estabelecer os limites de validade que se encontrou.” (Parra;1996:p.198)

Quando o sujeito realiza as ações acima expostas, busca estabelecer uma significação numérica para os cálculos que realiza, estabelecendo os limites e as possibilidades de realização de um cálculo.

3) *“O cálculo mental habilita para uma maneira de construção do conhecimento que, ao nosso entender, favorece uma melhor relação do aluno com a matemática” (Parra,1996:p.198).* Situações com cálculo mental propiciam aos alunos articularem o que sabem com o que necessitam aprender. Além disso, trata-se de um dos meios mais eficazes para o estabelecimento de uma relação mais pessoal do aluno com o conhecimento matemático, evitando o sentimento freqüente de alienação que algumas pessoas apresentam diante da Matemática.

4) O trabalho com o cálculo mental (“cálculo pensado”) deve ser acompanhado de um aumento progressivo do cálculo mecânico (algoritmos). Parra (1996) acredita que o cálculo mental represente uma via de acesso para a compreensão e construção de algoritmos, através da observação de regularidades e construção de leis.

Parra (1996) discute a importância de situações que propiciem uma reflexão sobre o cálculo realizado, a fim de envolver os alunos, gradualmente, na resolução de cálculos dos mais fáceis para os mais difíceis e neste sentido pontua que:

“Um dos primeiros requisitos é que os alunos comecem a tomar consciência dos procedimentos que utilizam; eles necessitam saber o que é que sabem (no sentido de ter disponível este conhecimento) e como podem apoiar-se no que sabem para obter outros resultados(...) Os cálculos que eram uma ferramenta para resolver situações e expressar o que havia sido feito, tornam-se objeto de reflexão.” (Parra,1996:p.216)

Os estudos e pesquisas apresentados neste capítulo e no capítulo seguinte, subsidiaram a pesquisa realizada em sala de aula de Matemática.

CAPÍTULO III

O CONCEITO MATEMÁTICO E O JOGO NA SALA DE AULA

Este capítulo discute o processo de construção e/ou resgate de conceitos matemáticos no jogo, sob dois aspectos: caráter nocional e conceitual no jogo – duas abordagens para o mesmo objeto. Destaca-se o processo de intervenção pedagógica como determinante na evolução do “jogo pelo jogo”(caráter nocional) ao jogo pedagógico (caráter conceitual).

O conhecimento matemático está implícito na ação, no jogo. Mas não ainda propriamente a Matemática, como conhecimento sistematizado e culturalmente valorizado. O conceito matemático é elaborado a partir do processo de Tomada de Consciência (Piaget,1978). É uma conceitualização da ação. O conceito matemático, assim como a noção matemática e a própria Matemática não existem fora do indivíduo. Existe na interação do indivíduo com o meio e resulta das coordenações das ações do sujeito (conhecimento lógico-matemático). As noções e os conceitos matemáticos formam o conhecimento matemático que é produzido pelo indivíduo, através de suas interações (relações) com outras pessoas ou com objetos. Segundo Macedo, Dorneles apud Petty (1995):

“O conhecimento não é dado a priori; o sujeito nasce com a possibilidade dele, mas não nasce com ele. O conhecimento é, por isso, trabalho ou construção. Construção social, se considerarmos o conhecimento acumulado (disponível) ou produzido pelas pessoas de uma certa sociedade. Construção individual, se considerarmos que necessita ser refeito pessoa por pessoa (...) O conhecimento, neste sentido, não é diretamente transmissível.” (Macedo,Dorneles apud Petty,1995:p.11)

Macedo (1994), ao discutir a relação sujeito-objeto na sala de aula de uma forma não construtivista, exemplifica uma situação de leitura de um texto científico, onde o professor ora está atento às dificuldades e interpretações das crianças, esquecendo-se do conteúdo do texto, ora a preocupação é com o texto e esquece-se das crianças que o lêem, de sua origem social, do

sentido e do encaixe que este material apresenta em suas vidas. No texto, os conceitos são apresentados como prontos, acabados e irrefutáveis, a interação é mínima. Tecendo uma crítica sobre isso, o autor afirma:

“...seus leitores só possuem noções, isto é, idéias precárias, confundidas, intuitivas, que nunca se ‘purificam’, porque são da ordem do sujeito e não do objeto. Por que, ao menos provisoriamente no cotidiano da sala de aula, não invertamos as coisas, ou seja, damos estatuto de conceito ao que dizem as crianças e estatuto de noção ao que dizem os autores?” (Macedo,1994:p.30) (grifo nosso)

A proposta de Macedo prevê uma inter-relação, coordenação entre os diferentes aspectos: pontos de vista do sujeito e do objeto, o conteúdo que está sendo ensinado, o que está no livro, o que se tornou conceito, o hábito e a intuição. Segundo esse autor, é importante propor à “intuição” que ela busque as suas razões de existir, que se explique e que demonstre. Torna-se importante para o professor, na sala de aula, procurar as respostas para as suas intuições, ou seja, buscar as razões pelas quais, por exemplo, considera que um determinado aluno não vai conseguir aprender algo. Para Macedo (1994) a intuição se refere a uma forma inicial, primitiva de se imaginar uma estrutura (modelo), a partir das informações parciais que se obtém dela.

As Ciências do Racionalismo e do Empirismo desprezaram a intuição, considerando-a não científica, pois não é mensurável. Entretanto, atualmente, nota-se uma preocupação nas pesquisas científicas em definir a intuição como um caminho à compreensão do problema. Desta forma, a intuição sobre algum fato, fenômeno ou objeto poderia representar um caminho inicial para o conhecimento deste, ou seja, para a sua conceitualização.

Segundo Macedo (1994), quando algo adquire o estatuto de conceito é porque adquiriu independência, pôde ser isolado das ações que o produziram, das intuições que o determinaram, ganhando autonomia. *“O conceito garante que um objeto adquiriu um certo caráter de absoluto, constante, formal, possuidor de uma lógica interna e que, por isso, pode ser conhecido, estudado.”* (Macedo,1994:p.29).

Desta forma, pode-se caracterizar as duas formas de construção, na ação, que se apresentam relacionadas: a noção e o conceito.

A noção está relacionada à intuição, é egocêntrica e pode ser estruturada em um nível pré-conceitual do sujeito.

O conceito já apresenta um estatuto lógico; é independente, autônomo; é operatório; suas noções são organizadas; está na ordem da significação e só existe subordinado a uma estrutura operatória, em uma ordem lógica. Desta forma, ao corresponder a um modelo, o conceito torna-se aplicável, generalizável.

Sigel [s.d.] pontua que as experiências práticas, vivenciadas pelo indivíduo, permitem a exploração de conteúdos diversos (noções). Quando o indivíduo é capaz de organizar toda essa diversidade para um determinado “rótulo” ou classe coerente de elementos, que ele próprio vai construindo por comparações (semelhanças e diferenças), é capaz de conceituar. *“Essencialmente, um conceito é organizado por exemplos.”* (Sigel,[s.d]:p.242). O conteúdo limitado pelos conceitos é influenciado por fatores sociais, culturais e históricos. *“Tais definições de animal, família, números, lugares e tempo são, em parte, definidas substancialmente por fatores socioculturais”*. (Sigel,[s.d.]:p.243). Portanto, segundo Sigel, os conteúdos vão sendo convenientemente encaixados a partir da variedade dispersa presente nas situações concretas, formando classes que, ao serem agrupadas sob um mesmo rótulo, formam os conceitos. *“Eu poderia dizer que todos conceitos são organizados na base de um critério explicativo, através de experiências.”* (Sigel,[s.d.]:p.243).

Conceitos e noções são construções do indivíduo. Na sua interação com os observáveis, o indivíduo estará atuando no caráter nocional e, quando estiver coordenando operatoricamente, estabelecendo relações lógico-matemáticas, estará trabalhando em um nível conceitual.

Isto posto, a questão que se apresenta é: será que a atividade de jogo permitiria à criança intuir, abstrair e generalizar para novos campos, novas jogadas e/ou outras aplicações? Será que seria possível uma conceitualização a partir das noções, intuições estabelecidas, pelos sujeitos, diante dos desafios que se colocam numa situação de jogo? Acredita-se que sim. Tem-se que, se conceituar significa “abstrair” e “generalizar”, “dar ouvidos à intuição”, isto é possível no jogo.

“Jogar é uma das atividades em que a criança pode agir e produzir seus próprios conhecimentos. (...)a idéia será sempre considerá-los (os jogos) como uma possibilidade de exercitar ou estimular a construção de conceitos e noções também exigidos para a realização de tarefas escolares.Neste sentido, o jogo serve para trabalhar conceitos que, quando excluídos de seu contexto, são muito abstratos, muito complicados para as crianças entenderem.” (Petty,1995:p.11)

Entretanto, é possível que os indivíduos joguem sem que se estabeleçam esses processos, atendo-se ao lúdico. Isto pode decorrer de uma visão de jogo inclusive presente em aulas de Matemática, onde o professor não se empenhe em explorar as possibilidades do jogo em relação às noções e conceitos matemáticos.

Conceitos matemáticos e noções matemáticas podem coexistir na ação no jogo. Estão relacionados e se integram na ação.

Das atividades de livre exploração da situação de jogo, denominadas “jogo pelo jogo”, em que as noções matemáticas vão sendo construídas pela intuição, surgem as conceitualizações destas ações, marcadas pela abstração (“pensar fora do objeto”) e determinadas pelo tipo de intervenção pedagógica que é proposta com a atividade de jogo.

Neste sentido, pode-se dizer que o caráter nocional do jogo está no nível da ação “do fazer”, e o caráter conceitual do jogo está no nível do compreender. Assim, jogar no nível nocional se trata de jogar até utilizando estratégias, por ensaio e erro, por repetições de jogadas, sem antecipações, sem a preocupação de elaborar estratégias que possam, antecipadamente, ser definidas, como eficientes, apenas o “jogo pelo jogo”, sem definição clara de objetivos, além dos de vencer e de se divertir. A Tomada de Consciência implica que o sujeito compreenda o processo, planeje, antecipe, elabore estratégias, coordenadas entre si, no conjunto, tendo em vista o êxito previsível de cada uma. Assim, o jogo pode desencadear uma possibilidade do indivíduo conceituar ou não.

O processo de conceitualização no jogo se dá no momento em que o sujeito é capaz de elaborar as soluções dos problemas do jogo “fora” do objeto. É o pensamento independente do objeto. Quando se processa a análise do jogo, percebe-se que o processo de repensar sobre o próprio jogo, sobre as várias possibilidades de jogadas, propicia a formulação do conceito. E, neste sentido, é a intervenção pedagógica que pode vir a garantir este processo de formulação. Caso contrário, a criança poderá continuar a jogar num caráter nocional.

O objetivo do ensino é levar o aluno a aprender e aprender é mais do que simplesmente fazer ou compreender, é relacionar, coordenar diferentes perspectivas, articular com o objeto do conhecimento, articular com o outro (socialização), socializar conhecimentos.

Segundo Macedo (1997), no jogo, o fazer não consiste necessariamente em um ato físico. A ação tem a ver com a regra. Não se trata de uma regra que regule, mas que organize e limite. O importante é diferenciar o limite da limitação. O limite da regra de um jogo é libertador. É um

limite que faz pensar, que leva ao raciocínio e que possibilita ao sujeito “dar o máximo de si”, atingir seus próprios limites.

O caráter nocional do jogo está no nível da ação, do “fazer”. Jogar, neste nível, significa cumprir regras, propor jogadas, aplicar conhecimentos anteriores, registrar e tomar decisões de ação tática. O sujeito, ao realizar tais ações, explora a noção matemática contida no jogo.

Trabalhar com o conceito matemático no jogo significa compreender tais ações e reestruturá-las em um nível mental. Assim, significa estabelecer relações, antecipar jogadas, elaborar estratégias, tematizar / fundamentar e encontrar razões para as jogadas, aproveitando as jogadas do adversário, interpretando-as e observando regularidades.

O jogo é relativista, isto é, tem-se que interpretá-lo a todo momento. A cada jogada, um novo desafio, uma nova situação-problema. E interpretar significa julgar tanto em termos do conceito – conceitos necessários para o jogar – quanto em termos de inferência: tomada de decisões, intuição nas jogadas e abdução⁴.

O processo de raciocínio evidenciado na situação de jogo é, prioritariamente, o abduutivo (Peirce, 1977; Brenelli, 1996b), que contém em si mesmo a possibilidade de risco, a ousadia, propiciando espaços para adivinhações. Segundo Peirce (1977), a abdução representa o processo de formulação de uma hipótese explicativa de algo que não se conhece. Neste sentido, a abdução representa a única operação de inferência que introduz no raciocínio uma idéia nova, pois abre espaços para as adivinhações. Sinteticamente Peirce afirma que: “*A dedução prova que algo deve ser (que tem de ser); a indução mostra que alguma coisa é realmente operativa; a abdução simplesmente sugere que alguma coisa pode ser.*” (Peirce apud Soares, 1993:p.100) (grifo nosso).

Conforme abordado em Grandó (1995):

“A Abdução contém em si a possibilidade do risco, a ousadia, propiciando espaços para adivinhações (...) O indivíduo, ao jogar, se arrisca, pois existe a possibilidade da vitória ou da derrota, levanta hipóteses, cria estratégias próprias e testa-as a partir de suas jogadas (experimentação).” (Grandó, 1995:p.75)

O importante do raciocínio abduutivo é que ele leva em consideração o contexto social em que o indivíduo está inserido, suas experiências anteriores e seus valores culturais, sociais e

⁴ A Abdução, segundo Peirce (1977), caracteriza-se por ser uma forma de raciocínio onde se adota provisoriamente uma hipótese em virtude de serem passíveis de verificação experimental todas suas possíveis conseqüências.

morais, pois, quando o indivíduo levanta uma conjectura ou hipótese sobre um determinado problema, ou situação de jogo, ele traz consigo toda sua história de vida, que influencia diretamente na formulação e constatação de tal hipótese. Quando o indivíduo joga, ele leva em consideração suas experiências anteriores, de outras jogadas, de outras situações de jogo, para elaborar uma hipótese e/ou estratégia.

As estratégias e os procedimentos de um jogo são resultantes de um encadeamento de raciocínios (Brenelli,1996b:p.127). E, segundo Grize apud Brenelli (1996b) a abdução desempenha um papel predominante nos raciocínios comuns, nas situações reais. Por isso, pode ser considerado um raciocínio do tipo procedural.

Piaget (1996), em seu livro *As Formas Elementares da Dialética*, discute o pensamento dialético para a elaboração de estratégias e procedimentos no jogo. Ele afirma:

“Há processos dialéticos em todos os níveis do pensamento, e mesmo da ação, em todos os casos em que se torna necessário construir novas formas que não se deduzem por vias “discursivas” das estruturas ou das propostas já conhecidas anteriormente.”
(Piaget,1996:p.11)

Assim, pode-se dizer que existem as formas elementares da dialética tanto na ação (caráter nocional) quanto na conceitualização (caráter conceitual). O pensamento dialético estabelece o raciocínio inferencial (abdução) e a busca de equilíbrio implica na criação de regularidades e formulação de leis, que são os procedimentos e as estratégias do jogo. *“A dialética constitui o aspecto inferencial da equilibração.”* (Piaget,1996:p.42)

Esse aspecto inferencial, segundo Piaget, consiste nas implicações entre meios e fins, em implicações entre regras ou ações, quando o objetivo é completar ou substituir as já conhecidas por outras a serem experienciadas, com antecipação de resultados e manifestação das suas “razões”.

Portanto, pode-se dizer que o jogo apresenta esse aspecto inferencial, pois ele envolve as previsões, antecipações, testes de estratégias, reformulações e a dialética de ganhar e perder que definem as ações dos sujeitos no jogo.

Emerique (1999) discute a importância de se trabalhar com os jogos em situações escolares a fim de desenvolver as noções antagônicas, como a de ganhar-perder, já que esta se apresenta impregnada nas várias situações de vida e, neste sentido, pontua que:

“Essa capacidade que o jogo tem para reunir as antíteses, representando um elemento pelo se contrário, permite que nele se associem a regra e o arbitrário, o secreto e o partilhado, o incerto e o codificado, em ambivalência, já que, como lembrou Wasserman (1982), na linguagem do jogo, a contradição não existe.”
(Emerique,1999:p.186)

Propõe-se, nesta pesquisa, permitir aos sujeitos vivenciarem as noções matemáticas contidas na ação do jogo (espontâneo) e conceitualizarem-nas (sistematização). O processo de conceitualização matemática está relacionado à intervenção pedagógica realizada pelo pesquisador (orientador da ação) e não na simples ação no jogo.

Pode-se dizer que a aprendizagem não está no jogo, mas nas intervenções realizadas.

Enfatizando a importância da intervenção pedagógica no jogo, Petty (1996) escreve:
“Qualquer jogo, mas não de qualquer jeito.”

O processo de intervenção pedagógica a ser desencadeado na pesquisa será delineado no capítulo que apresenta a metodologia da pesquisa (Cap.IV). Nesse capítulo, destacou-se a importância da intervenção pedagógica como fator determinante na construção do jogo pedagógico (caráter conceitual), a partir do jogo espontâneo (caráter nocional).

CAPÍTULO IV

CONSTRUINDO A INVESTIGAÇÃO...

A pesquisa desenvolvida, neste trabalho, investigou os processos desencadeados na construção e/ou resgate de conceitos e habilidades matemáticas a partir da intervenção pedagógica com jogos de regras, em situação de sala de aula. Buscou analisar os aspectos envolvidos no processo que vai do jogo livre, jogo pelo jogo, ao jogo pedagógico (caracterizados anteriormente), na construção de conceitos e habilidades matemáticas (jogo no ensino da matemática).

Os objetivos da pesquisa aqui delineada foram:

- Investigar as possibilidades do desenvolvimento de um trabalho pedagógico, baseado em jogos e resolução de problemas;
- Evidenciar o processo de construção de procedimentos e conceitos, pelos sujeitos, a partir das intervenções pedagógicas realizadas em ambiente de sala de aula de Matemática;
- Analisar os aspectos metodológicos do trabalho com jogos no ensino da Matemática.

Mais especificamente, poderíamos delinear alguns objetivos inerentes à ação metodológica da pesquisa, quais sejam: realizar atividades com jogos que sejam coerentes com o trabalho que está sendo desenvolvido em sala de aula, aplicação de tais jogos, análise do jogo e resolução de situações-problema sobre o jogo.

A pesquisa foi realizada pela pesquisadora num ambiente escolar. Uma das características relevantes nesta pesquisa foi justamente a investigação dos sujeitos “in loco”, ou seja, em seu próprio ambiente de sala de aula, com as interferências da atuação dos outros alunos da classe que não foram sujeitos da pesquisa, e também com as interferências dos sujeitos nas discussões dos outros grupos. É fundamentalmente importante evidenciar as possibilidades de desenvolvimento cognitivo e aprendizagem de conceitos em situações reais de ensino, ou seja, na

sala de aula. Isto propicia, dentre outras coisas, um resgate da credibilidade da sala de aula como um ambiente propício ao desenvolvimento do aluno, desde que sujeito aos estímulos e intervenções necessárias à aprendizagem. Também importante é o resgate deste ambiente como passível de investigação.

A pesquisadora realizou a intervenção pedagógica com jogos de regras, em sala de aula, durante as aulas de Matemática.

4.1. O enfoque qualitativo da pesquisa

A pesquisa foi desenvolvida em um processo de experimentação pedagógica através de um estudo de caso com enfoque qualitativo. Lüdke, André (1986) conceituam um estudo de caso desse tipo como sendo uma pesquisa cuja preocupação central é a compreensão de uma instância singular, ou seja, algo que tenha um valor em si mesmo. O objeto estudado é tratado como único, é considerado uma representação singular da realidade. A finalidade deste tipo de estudo é retratar uma unidade em ação. A generalização é naturalística e, neste sentido, cada caso tem seu valor intrínseco. Segundo os autores:

"O estudo de caso qualitativo encerra um grande potencial para conhecer e compreender melhor os problemas da escola. Ao retratar o cotidiano escolar em toda a sua riqueza, esse tipo de pesquisa oferece elementos preciosos para uma melhor compreensão do papel da escola e suas relações com outras instituições da sociedade." (Lüdke, André, 1986:p.24).

4.2. Sujeitos

A pesquisa foi desenvolvida em uma amostra intencional, considerando-se a possibilidade de trabalho com jogos na escola, em uma sala de aula de Matemática.

Os sujeitos da pesquisa foram 8 alunos da 6ª série do Ensino Fundamental (11/12 anos) de uma escola particular do município de Campinas – SP. A coleta de dados foi realizada no início do ano, mês de março. Foi escolhida essa escola, em particular, porque a mesma tem uma atividade que prioriza inovações, mostra investimentos nessa direção e por oferecer espaço para que a própria pesquisadora desencadeasse as atividades de pesquisa. Nesta escola, os alunos realizam a maioria das atividades de sala de aula, em grupo, orientados pelo professor. Em vez de

carteiras individuais na sala de aula, os alunos são dispostos em mesas, formando grupos de 4 ou 5 alunos. O espaço externo à sala de aula é bastante amplo, onde a natureza compõe o cenário e muitas atividades são realizadas, aproveitando esse espaço externo. Existe, nesta escola, uma prática constante de realização de atividades grupais, desde a pré-escola até a última série do Ensino Fundamental. Quanto às atividades com jogos, são muito comuns para a maioria dos sujeitos. Os alunos já se mostravam habituados aos procedimentos e regras de trabalho com jogos em grupo.

Além disso, trata-se de uma escola que já possui vários dos quesitos considerados necessários, segundo Corbalán (1996), para um bom andamento das atividades com jogos em sala de aula, quais sejam: interesse financeiro em investir na aquisição de jogos - aspecto econômico; ambiente de sala de aula propício para a prática com jogos (mesas, espaço para orientação etc.) – aspecto topográfico; número reduzido de alunos por sala; aspectos psicológicos, sociais e institucionais (flexibilidade curricular). Além disso, a atividade vincula-se a um projeto pedagógico da escola, não se trata de uma atividade isolada.

Escolhidos a escola e a classe, os sujeitos foram selecionados aleatoriamente da lista do professor (sorteio). Os 8 alunos foram distribuídos em 2 grupos, também selecionados aleatoriamente. Cada grupo desenvolveu o trabalho com os jogos sob a coordenação de duas pesquisadoras diferentes (pesquisadora e auxiliar de pesquisa). O restante da classe foi orientado por uma professora da escola. Os sujeitos da pesquisa, propriamente dita, foram apenas 8 alunos que trabalharam com os jogos em sala de aula, ao lado dos demais alunos da classe. Apenas os 8 sujeitos foram objeto de observação e o trabalho deles, objeto de análise. Os alunos restantes estavam envolvidos com as mesmas atividades de jogo, entretanto a atuação deles não foi considerada na pesquisa. Apenas nos dois grupos citados foram registradas as intervenções verbais e análises, pela pesquisadora. Esta opção se fez necessária na medida em que permitiu à pesquisadora acompanhar todo o processo de resolução e intervenção no jogo em um grupo específico, evitando os problemas ocorridos no estudo-piloto, onde muitos dados deixaram de ser registrados e intervenções de serem realizadas. No entanto, a situação permitiu acompanhar um trabalho de sala de aula, diferente dos experimentos de laboratório realizados pelo Método Clínico.

Os dois grupos formados pelos sujeitos da pesquisa, ficaram assim constituídos:

G1 (grupo 1) – sujeitos: Gab, Teo, Mar e Ra

G2 (grupo 2) – sujeitos: Isa, Jo, Ju e Mari

Os grupos foram organizados por 4 sujeitos, em parcerias - 2 sujeitos contra 2 sujeitos – ficando livre a troca de parcerias nas várias partidas. Esse fato decorre da prática com jogos em sala de aula, onde a disputa com parcerias implica na divisão de frustrações e/ou de alegrias quando se perde ou vence o jogo, contribuindo para uma atitude mais favorável em relação aos jogos e para o processo de “aprender a ganhar e perder”, importantes para a vida emocional do indivíduo. Jogar em parcerias implica em negociar possíveis jogadas, argumentando, levantando hipóteses, fazendo previsões, construindo estratégias, justificando possíveis jogadas para o parceiro, enfim, entrando num acordo sobre o caminho a seguir.

4.3. Instrumentos e procedimentos

Os sujeitos foram avaliados, antes da intervenção com jogos, por meio de provas cognitivas piagetianas clássicas (Piaget,1995), de avaliação cognitiva do estágio operatório concreto (níveis IIA e IIB) e operatório formal⁵ (níveis IIIA e IIIB). As provas aplicadas foram selecionadas segundo alguns aspectos que considerávamos relevantes para a resolução das atividades de jogo que seriam propostas. Assim sendo, foram aplicadas as provas que envolviam as abstrações, diferenciações e integrações no emprego de operações aritméticas elementares: a prova das construções de “muros”⁶, onde os sujeitos reproduziam e comparavam “muros” construídos com peças de tamanhos proporcionais e cores diferentes (conservação, proporcionalidade, reversibilidade); a prova dos arranjos: combinações e permutações, em que os sujeitos combinavam cores diferentes (2 a 2, 3 a 3 e assim sucessivamente) até construírem uma lei geral que relacionava a quantidade de cores e o número de arranjos possíveis (regularidade, construção da lei geral); a prova sobre a frequência das oscilações do pêndulo e as operações de exclusão, onde se variavam o comprimento do barbante, o peso, a altura a soltar o objeto e o impulso (conceitos físicos: força, massa, movimento) – variabilidade e dependência.

O objetivo da realização destas provas foi de caracterizar os sujeitos quanto ao nível de desenvolvimento cognitivo a que pertenciam, a fim de possibilitar um melhor delineamento das

⁵ As provas foram aplicadas e analisadas pela Dra. Lia Leme Zaia / Pedagoga e Doutora em Educação – Psicologia Educacional.

⁶ PIAGET,J. **Abstração Reflexionante**. Porto Alegre: Artes Médicas,1995.

atividades de intervenção com os jogos e de reconhecimento inicial dos sujeitos e de suas possibilidades cognitivas.

Foram utilizados na coleta de dados os seguintes procedimentos: a filmagem dos grupos selecionados, a gravação em fita cassete das expressões verbais dos sujeitos, os registros de jogo e de resolução de situações-problema realizados pelos sujeitos e o registro em protocolos das observações durante as sessões.

É importante ressaltar que a filmagem foi realizada por uma câmera fixa, em cada grupo investigado. Desta forma, a filmagem corresponde apenas a uma amostra do que ocorreu nas situações de intervenção pedagógica, não correspondendo a um registro fiel de todo o processo. Por outro lado, as gravações em fita cassete, transcritas pela própria pesquisadora, com as expressões verbais dos sujeitos, representaram o eixo para a análise. As filmagens serviram de referência para a análise comparativa com as expressões verbais (gestos, pausas, atitudes, interferências, dentre outras).

O processo de intervenção e registro das atividades e dos protocolos foi realizado pela própria pesquisadora e auxiliar de pesquisa. Já a análise dos dados coletados foi realizada pela pesquisadora.

Para viabilizar a análise das atividades de pesquisa, utilizou-se um cenário composto por jogadas espontâneas e distintas formas de registro destas jogadas, criadas pelos sujeitos nas situações-problema de jogos, ressaltando o papel desencadeador da ação transformadora da pesquisadora, nesse processo educativo, propiciando ambientes favoráveis à emergência das jogadas espontâneas e orientando a ação pedagógica. A pesquisadora, nesse caso, tomou como referência de investigação e análise o Método Clínico Piagetiano.

Os processos de observação e intervenção adotados pelo LaPp da USP, puderam ser tomados como referência para a análise aqui processada.

Quanto à intervenção, a pesquisadora esteve atenta aos seguintes aspectos:

INTERVENÇÃO:

- Garantir o cumprimento e a compreensão das regras do jogo, sem a preocupação em modificar a qualidade da ação do sujeito em um primeiro momento. Deixar o sujeito à vontade para agir. Esclarecer dúvidas.

- Perguntar, ao sujeito, sobre decisões tomadas ou a serem tomadas, e estratégias desenvolvidas. Por exemplo: Você fez uma boa jogada? Qual a melhor jogada nesta situação? Quais opções de jogadas você tem (antecipação / previsão)? Será que o seu adversário fez uma boa jogada (análise)? Será que sua estratégia sempre dá certo (comparação)? Observa-se que a comparação é uma forma de chamar a atenção do adversário para o jogo.
- Solicitar que o sujeito justifique suas jogadas e suas análises apresentadas.
- Propor facilitadores e/ou desafios maiores, conforme as necessidades do sujeito.
- Incentivar o sujeito a “jogar pensando alto”, descrevendo o que pensa e faz, a fim de que possa identificar procedimentos e estruturar raciocínio. Além disso, incentivar a observação de regularidades, elaboração de estratégias e análise do jogo. O sujeito, ao explicitar verbalmente as suas análises de possibilidades no jogo e tomadas de decisões, evidencia os procedimentos utilizados para tentar vencê-lo. Assim, a tomada de consciência da própria ação, análise do jogo e determinação de regularidades pode ser discutida com o pesquisador.
- Sistematizar, juntamente com os alunos, os conceitos matemáticos intrínsecos ao jogo.

O processo de intervenção representa “**como**” a pesquisadora interferiu no processo de desenvolvimento de conceitos e/ou habilidades matemáticas do sujeito. Segundo Souza (1996), durante a intervenção, o procedimento adotado pelo pesquisador interfere no processo, objetivando compreendê-lo, explicitá-lo ou corrigi-lo. Assim sendo, tais interferências não podem ocorrer ao acaso, são geradas por uma hipótese explicativa das ações e verbalizações do sujeito. As hipóteses foram sendo levantadas pelo pesquisador e testadas através de questionamentos, durante o processo de intervenção.

Vinh-Bang apud Souza (1996) pontua que a intervenção “*consiste em criar situações tais que o aluno é chamado a agir mentalmente, de uma maneira que seja estruturante, integrando suas ações num sistema de coordenação e de composição operatória.*” (Vinh-Bang apud Souza,1996:p.117). O papel da pesquisadora foi justamente de criar situações desse tipo, que levassem os sujeitos a refletirem sobre suas próprias ações e operações no jogo, revendo seus procedimentos e estratégias criadas.

Nas situações de intervenção realizadas na pesquisa, a pesquisadora procurou interferir o menos possível na decorrência do jogo, e mais, nas reflexões realizadas pelos sujeitos durante as jogadas, lembrando Brenelli (1996a):

“o psicopedagogo intervém, à medida que a criança permite, colocando-lhe questões, enquanto o jogo desenrola. É preciso ressaltar que não haja imposição das atividades à criança, respeitando seu momento, lembrando que o pensar nestas atividades deve ser mais valorizado que o próprio desempenho.” (Brenelli,1996a:p.157)

Segundo Piaget apud Zaia (1996), o bom pesquisador deve:

“reunir duas qualidades muitas vezes incompatíveis: saber observar, ou seja, deixar a criança falar, não desviar nada e, ao mesmo tempo, saber buscar algo preciso, ter a cada instante uma hipótese de trabalho, uma teoria verdadeira ou falsa para controlar.” (Piaget apud Zaia,1996:p.51)

Quanto à observação, foram enfocados os seguintes aspectos:

OBSERVAÇÃO:

- Como o sujeito se organiza no espaço? Domina o espaço do tabuleiro em termos de direção e sentido? Explora diferentes formas de preenchimento do tabuleiro? A familiarização com o material permitiu ao sujeito um bom movimento no jogo? Procura variar seus movimentos em função das estratégias construídas?
- Interesse: o sujeito demonstra interesse em aprender o jogo? Está motivado a jogá-lo? Mostra-se desafiado pelas situações-problema? Apresenta interesse em analisar o jogo?
- Jogadas e Estratégias: o sujeito compara e estabelece correspondências entre as jogadas e partidas? Utiliza observações de jogadas anteriores para repensar as suas jogadas? Cria estratégias? Como são tais estratégias, mostram-se coerentes e eficientes ou são por ensaio e erro? A ação do sujeito é intencional, isto é, planejada e organizada?
- Registro: como se dá o processo do registro do jogo? Existe coerência na forma de registro entre as jogadas? Utiliza-se de algoritmos para a contagem dos pontos?

Considera cálculos anteriores para os cálculos das novas jogadas? As formas de registro utilizadas pelos sujeitos são modificadas no decorrer da atividade?

- Na resolução das situações, o sujeito necessita resolver no tabuleiro, ou vai direto no papel? Admite soluções variadas? Consegue fazer as operações inversas necessárias? Frente aos desafios do jogo, como o sujeito reage?
- Erros e Antecipações no jogo: o sujeito demonstra reconhecer as “jogadas erradas”, elabora estratégias de superação desses erros, levanta hipóteses, justifica-as, antecipa jogadas, faz previsões?

A observação define “o **quê**” foi ressaltado na investigação e análise das situações de intervenção pedagógica, ou seja, os aspectos relevantes ao processo de investigação.

A importância do processo de observação na pesquisa qualitativa realizada é destacada por Petty (1996):

“observar é muito mais do que somente “dar uma olhada rápida”, é deter-se, buscar relações, perceber semelhanças e diferenças, é querer conhecer melhor. A observação é um processo constante e dela depende o diagnóstico e a continuação do trabalho. Quando a observação tem qualidade, ela pode colaborar para uma atuação mais eficaz.” (Petty,1996)

Depois de coletados os dados e depois de assistidas e ouvidas as gravações tantas vezes quantas necessárias, foram identificadas as unidades de análise, em consonância com o quadro teórico:

- I) Previsão/Antecipação no jogo: levantamento de hipóteses e justificativas – Construção de estratégias;
- II) Jogo de Estratégia: situações de ataque/defesa – Coordenação de diferentes aspectos da situação de jogo;
- III) Procedimentos de resolução de problemas do jogo;
- IV) Avaliação dos resultados: reconhecimento de “erros” e tentativas de superação – Tomada de consciência;
- V) Sistematização dos conceitos matemáticos trabalhados / Identificação das situações de aplicação dos conceitos já construídos pelos sujeitos;
- VI) Análise de possibilidades no jogo – Construção dos Possíveis;

- VII) Interação social;
- VIII) O Lúdico e o Interesse;
- IX) Registros do jogo e situações-problema;

As intervenções pedagógicas realizadas, nesta pesquisa, priorizaram os momentos de jogo, definidos anteriormente no Capítulo II, considerando as pesquisas com jogos realizadas no LaPp – USP.

- 1º) Familiarização com o material do jogo;
- 2º) Reconhecimento das regras;
- 3º) Jogar para “garantir regras”;
- 4º) Intervenção pedagógica verbal;
- 5º) Registro do jogo;
- 6º) Intervenção escrita;
- 7º) Jogar “com competência”.

4.4. Material

A princípio foram selecionados dois jogos, um deles que permite o trabalho com o cálculo mental das quatro operações básicas, expressões numéricas e propriedades aritméticas (Contig 60⁷); e o outro (Nim) que trabalha com os conceitos de divisibilidade e múltiplos dos números, além do cálculo mental. O jogo do Nim foi aplicado, simplesmente para “confirmar”, pela sistematização (registro), os conceitos trabalhados no jogo do Contig 60[®]. Portanto, a aplicação e análise processadas no jogo Contig 60[®] foram muito mais complexas que as análises do Nim.

É importante ressaltar que os jogos são de estratégia, onde o mais importante são os procedimentos elaborados pelos sujeitos para a resolução das situações-problema do jogo. Os jogos de estratégia são definidos para dois jogadores (um jogador e um adversário), a fim de que seja possível ao jogador preparar a “armadilha” que ele queira para o adversário, impedindo sua possível vitória ou que ele possa prever como estará o jogo na sua próxima jogada.

⁷ Contig 60[®]: Jogo criado por Dr. John C. Del Regato – Copyright 1980, 1986; by Pentathlon Institute, Inc. e adaptado pela pesquisadora (Regina Célia Grandó)

Não existiu uma preocupação em fazer corresponder os jogos em si com um conteúdo específico que estava sendo trabalhado em aula, pois esperava-se que os conteúdos trabalhados nestes dois jogos já fossem de domínio destes sujeitos. O objetivo maior esteve na análise do processo de formulação de estratégias, hipóteses sobre o jogo, previsão de jogo, depuração das estratégias e nas diferentes formas de resolução dos problemas propostos.

4.5. Estudo-piloto

Objetivando a construção de situações de intervenção pedagógica com jogos e análise e, a fim de que os aspectos metodológicos relativos pudessem ser identificados e avaliados em uma situação real de intervenção, realizou-se um estudo piloto com os alunos da 4ª série, que foram os sujeitos da pesquisa na 6ª série. O objetivo de se trabalhar com o mesmo grupo de alunos foi de propiciar uma familiarização da pesquisadora com o grupo, possibilitando uma análise prévia das suas particularidades e características, e de uma familiarização do grupo com os instrumentos de trabalho – atividades com jogos, atividades em grupo, filmagem, presença de outras pessoas na sala de aula, dentre outras.

Este estudo se caracterizou por uma fase exploratória da própria investigação realizada posteriormente, pois, segundo Lüdke, André (1986), esta fase exploratória no estudo de caso com enfoque qualitativo se apresenta como fundamental para a definição mais precisa do objeto de estudo. Tratou-se de especificar as questões que nortearam a pesquisa e os pontos críticos, além de estabelecer os contatos iniciais em campo e localização das fontes de informações.

O jogo desencadeado nesta ação foi o Sjoelbak⁸ (em anexo). A escolha deste jogo se deu pelo fato de possuir a mesma estrutura dos jogos trabalhados na pesquisa.

Os resultados mostraram vários aspectos que envolveram a construção de estratégias de jogo, a análise de possibilidades nas jogadas, o registro e a tomada de consciência dos erros obtidos, as previsões e antecipações de jogadas, a sistematização dos conceitos subjacentes ao jogo e o processo de socialização, como determinantes na passagem do “jogo pelo jogo” em jogo pedagógico, ou seja, jogo no ensino da Matemática.

⁸ Sjoelbak – Bilhar holandês: jogo distribuído pela Athena Jogos e Brinquedos Ltda.

A partir da realização do estudo-piloto, definiram-se algumas estratégias de investigação e análise para a pesquisa, ou seja, o desenvolvimento e a análise processados no estudo-piloto motivou um melhor delineamento do estudo de caso, analisado no próximo capítulo.

CAPÍTULO V

RESULTADOS E ANÁLISE DOS DADOS

Neste capítulo, descreve-se o estudo de caso realizado, analisando as situações de jogo segundo os aspectos ressaltados no capítulo anterior.

Na investigação realizada, ficaram claros os elementos relevantes do estudo de caso com enfoque qualitativo, na medida em que foi focalizado o processo de construção de conceitos matemáticos a partir dos procedimentos elaborados pelos sujeitos na resolução dos problemas do jogo. Considerando as particularidades desta situação, acredita-se que a manifestação do fenômeno investigado pôde ser de forma ampla e natural, como determinam os pesquisadores Lüdke, André (1986), já que a atividade de pesquisa foi realizada de maneira semelhante às atividades desencadeadas no cotidiano da escola selecionada.

Realizou-se uma investigação e análise dos procedimentos utilizados pelos sujeitos e suas formas de explicitação – linguagem / representação - envolvidos nas construções dos conceitos matemáticos, inerentes às situações de jogo, quais sejam, nas ações dos sujeitos e elaboração de estratégias de resolução de problemas do jogo. O objetivo desta ação foi a investigação e análise psicológica das possibilidades e dos limites do tipo de trabalho proposto.

5.1. Sobre a caracterização dos sujeitos

Inicialmente, os dados coletados sobre a caracterização dos sujeitos, mostraram o seguinte:

NÍVEIS ATINGIDOS NAS PROVAS

Nome	Abstrações, diferenciações e integrações no emprego de operações aritméticas elementares	Arranjos: combinações e permutações	Frequência das oscilações do pêndulo
Gab	III B	T IIIA/ IIIB	IIIA
Isa	T IIB / IIIA	IIB	T IIB / IIIA
Ju	T IIB / IIIA	IIB	IIIB
Jo	T IIIA / IIIB	IIB	T IIIA / IIIB
Mar	IIB	IIB	T IIB / IIIA
Mari	T IIA / IIB	IIA	T IIA / IIB
Ra	IIIA	IIB	IIIA
Teo	T IIA / IIB	IIB	T IIA / IIB

Nas provas de construção dos muros e oscilações do pêndulo a maioria dos sujeitos foi caracterizada no período de transição (T) de um nível para outro. Além disso, nestas duas provas, encontrávamos mais sujeitos em transição para o nível operatório formal, ou já pertencentes a esse nível. Já na prova dos arranjos, somente um sujeito se encontrava no nível formal, haja vista que, nesta prova, o pensamento algébrico foi bastante valorizado. Tal formulação é muito difícil de ser encontrada em crianças desta faixa etária (11 anos).

Considerando estas três provas realizadas e generalizando para cada sujeito, poderíamos dizer que 6 sujeitos se encontravam no estágio das operações formais, ou em transição para este estágio (Gab, Ju, Jo, Ra, Isa, Mar) e apenas 2 sujeitos no estágio das operações concretas (Mari e Teo).

5.2. Apresentação e análise dos resultados

Os dados da pesquisa foram coletados em quatro sessões de intervenção pedagógica, em sala de aula, com duração de 2 horas cada (120 minutos), assim distribuídas:

Jogo 1: Contig 60[®], foram realizadas três sessões de intervenção, num período de uma semana.

Jogo 2: Nim, foi realizada uma sessão de intervenção.

A sala de aula reunia além dos 8 sujeitos da pesquisa – G1: Gab, Teo, Mar e Ra e G2: Isa, Jo, Ju e Mari – outros 5 grupos de alunos (20 alunos), da mesma classe de 6^a série, que realizavam as mesmas atividades propostas aos sujeitos da pesquisa. Além disso, estavam presentes: a pesquisadora e a auxiliar de pesquisa, responsáveis pelas intervenções em cada grupo (G1 e G2) e uma professora-orientadora da ação, responsável pelas intervenções com os outros alunos.

Poderíamos caracterizar os dois jogos trabalhados na pesquisa (Contig 60[®] e Nim) como jogos de regras (Piaget,1978), conforme descrito no Capítulo II.

Considerando os aspectos apontados no quadro teórico (Capítulos I, II e III) e na metodologia da pesquisa, realizaram-se as situações de intervenção com o jogo Contig 60[®] e, num momento posterior, com o jogo do Nim. Durante as sessões de intervenção, caracterizaram-se as ações da pesquisadora e auxiliar de pesquisa, como: apresentação dos jogos e regras, coordenação dos grupos, registro de protocolos de observação, anotação dos raciocínios observados, destaques e interferências de outros grupos na realização das intervenções verbais (situações-problema verbais) e intervenções escritas (elaboração e aplicação das situações-problema). Já a professora, auxiliou nas dúvidas dos outros grupos, também intervindo. Os registros verbais (fitas cassete gravadas das sessões de intervenção, dos dois grupos) foram fundamentais para o estabelecimento da análise já que, no jogo Contig 60[®] o mais importante era o cálculo mental, expresso verbalmente pelos sujeitos.

Para efeito de análise e apresentação dos dados, optou-se por abordar inicialmente as sessões de intervenção com o jogo Contig 60[®] e, em seguida, com o jogo do Nim, na medida em que o jogo do Nim representou uma continuidade nas atividades realizadas com o jogo Contig 60[®], complementando simplesmente a análise.

A seguir, são descritos e analisados os dois jogos em questão, suas características relevantes para o processo de intervenção pedagógica escolar e os episódios de jogo ocorridos no estudo de caso.

5.2.1. Jogo 1: Contig 60[®]

Regras do jogo:

Material: Tabuleiro (em anexo), 25 fichas de uma cor e 25 fichas de cor diferente, 3 dados.

Objetivo: Para ganhar o jogador deverá ter o número de pontos necessários, definidos inicialmente (30 ou 40 pontos). Uma outra forma de vencer é ser o primeiro a identificar cinco fichas de mesma cor em linha reta.

Regras:

1. Adversários jogam alternadamente. Cada jogador joga os três dados. Constrói uma sentença numérica usando os números indicados pelos dados e uma ou duas operações diferentes. Por exemplo, com os números 2,3 e 4 o jogador poderá construir $(2 + 3) \times 4 = 20$. O jogador, neste caso, cobriria o espaço marcado 20 com uma ficha de sua cor. Só é permitido utilizar as quatro operações básicas.

2. Contagem de pontos: Um ponto é ganho por colocar uma ficha num espaço desocupado que seja adjacente a um espaço com uma ficha (horizontalmente, verticalmente ou diagonalmente). O jogador marca um ponto. Colocando-se um marcador num espaço adjacente a mais de um espaço ocupado mais pontos poderão ser obtidos. Por exemplo, (ver o tabuleiro) se os espaços 0,1 e 27 estiverem ocupados, o jogador ganharia 3 pontos colocando uma ficha no espaço 28. A cor das fichas nos espaços ocupados não faz diferença. Os pontos obtidos numa jogada são somados para o jogador.

3. Se um jogador passar sua jogada, por acreditar que não é possível fazer uma sentença numérica com aqueles valores dos dados, o adversário terá uma opção a tomar. Se o adversário achar que seria possível fazer uma sentença com os dados jogados pelo colega, ele pode fazer antes de fazer sua própria jogada. Ele ganhará, neste caso, O DOBRO DO NÚMERO DE PONTOS, e em seguida poderá fazer sua própria jogada.

4. O jogo termina quando o jogador conseguir atingir o número de pontos definidos no início do jogo ou ao colocar 5 fichas de mesma cor em linha reta sem nenhuma ficha do adversário intervindo. Essa linha poderá ser horizontal, vertical ou diagonal.

Características do jogo:

Trata-se de um jogo onde o cálculo mental com as quatro operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão), a partir de números naturais, está presente na própria estrutura do jogo, ou seja, para jogar é necessário operar aritmeticamente. Além disso, é fundamental a percepção da ação das operações sobre os números, isto é, perceber, por exemplo, que o que faz um número natural aumentar muito rapidamente é uma multiplicação, já a adição faz esse aumento ser mais reduzido.

É muito comum no trabalho com os algoritmos e o cálculo mental na escola, a apresentação para o aluno dos valores a serem operados, com a operação definida e este, simplesmente, calcula o resultado. Por exemplo, calcule o resultado de 17×3 .

Para a maioria das crianças, ou mesmo adultos, o cálculo é visto como uma forma de se chegar à resposta correta; se a resposta faz sentido ou não é outro problema. A resposta, na maioria das situações-problema escolares, não é muito questionada ou analisada no contexto.

No jogo Contig 60[®], a ordem é inversa. Os resultados possíveis estão evidenciados, os números a serem operados são sorteados, resta ao sujeito pensar em quais operações ele poderia chegar a obter algum dos resultados possíveis ou desejados. Por exemplo, com os números 3, 6, 2, como obter 1, utilizando duas operações distintas ou não? Neste caso, as duas possibilidades, a seguir, podem ser definidas: $6 : 3 : 2$, ou $6 - (3 + 2)$. Buscar diferentes formas de obter um determinado número “abre espaços” para a análise de possibilidades no jogo e construção de procedimentos de cálculo mental. Além disso, o resultado é fundamental, pois significa “marcar pontos”, o que é muito importante no contexto do jogo.

A escolha por sorteio (dados) dos números a serem operados, caracteriza este jogo como um jogo que combina estratégia e sorte. O fator aleatório do jogo confere mais dinamismo e abertura às novas possibilidades. O inesperado, além de propiciar as previsões de jogo, abre espaços para muitas possibilidades e muito entusiasmo. Além disso, possibilita aos sujeitos, que apresentam mais dificuldades com os conteúdos presentes no jogo, terem sorte e até ganharem o jogo.

Um dos aspectos a serem ressaltados no jogo Contig 60[®], é de que, ao sujeito, é necessário coordenar as duas formas distintas de vencer o jogo, isto é, fazer muitos pontos e, ao

mesmo tempo, tentar estabelecer uma linha reta na horizontal, vertical ou diagonal. Por outro lado, existe a negação deste fato, ou seja, evitar que o adversário faça o mesmo. Este fato caracteriza, essencialmente, um jogo de estratégia. Conforme descrito em Grandó (1995), Krulik e Rudnick apresentam cinco itens que caracterizam o jogo de estratégia e, dentre eles que as regras devem estabelecer as metas para os jogadores e suas metas individuais devem ser conflitadas, gerando situações conflitantes (Grandó,1995:p.55). As regras, neste tipo de jogo, são tais que permitem que se instale um conflito de metas. Ambos, jogador e adversário almejam a mesma coisa, produzindo o conflito.

Nesta pesquisa, ao propor o jogo Contig 60[®] em uma situação de intervenção pedagógica, consideraram-se os aspectos delineados anteriormente quanto à importância do trabalho com o cálculo mental em situações de ensino da Matemática (Cap. II).

A seguir, são apresentados e analisados os momentos de intervenção com o jogo Contig 60[®], a partir dos episódios ocorridos durante as sessões de intervenção.

Atividade de reconhecimento do tabuleiro e da situação de jogo:

Este primeiro momento de jogo se caracterizou pela familiarização dos sujeitos com o jogo. Ao receberem o material do jogo, muitos alunos questionaram sobre a posição dos números distribuídos no tabuleiro, em espiral, e sobre a ausência de alguns números no tabuleiro. Foi explicado a eles que esta disposição fazia sentido no contexto do jogo. Na verdade, justificava-se esta distribuição no sentido de que, deixando os números menores próximos aos maiores, os alunos seriam “forçados” a operar com números pequenos e grandes, já que o objetivo era encostar em fichas para marcar pontos. Além disso, alguns números foram retirados do tabuleiro ou porque não se poderia obtê-los, nas condições determinadas de jogo ou por se tratar de números muito difíceis de serem obtidos.

Inicialmente, para efeito de reconhecimento da situação de jogo, propôs-se uma atividade que consistiu no cálculo com as possíveis operações para se conseguir cada número registrado no tabuleiro, utilizando 3 números de 1 a 6 e as quatro operações básicas. A atividade proposta foi assim descrita: “*Represente as expressões para cada um dos números que contém o tabuleiro do jogo*”.

Esta atividade representou uma simulação do próprio jogo. A pesquisadora explicou verbalmente a atividade e solicitou o registro dos cálculos possíveis. Foi permitido o uso da calculadora, já que, por ser uma atividade demorada e prevista para a primeira sessão inteira de intervenção, os sujeitos poderiam ficar muito cansados em operar e analisar tantas situações diferenciadas. Além disso, não interferia nos objetivos previstos para esta atividade inicial: a constatação de que todos os números presentes no tabuleiro podiam ser obtidos segundo as regras do jogo e a possível definição de um sistema de obtenção dos números, através de uma regularidade numérica definida pelos sujeitos.

É importante ressaltar que, apesar do compromisso assumido pelos sujeitos em não faltar nos dias previstos para as atividades de coleta de dados na pesquisa, três sujeitos não compareceram no primeiro dia, por motivos particulares diversos – no G1 se ausentou Teo e no G2 se ausentaram Mari e Ju. Este fato representou um complicador. A pesquisa em um ambiente de sala de aula sempre está sujeita a este tipo de contratempo. Entretanto, decidiu-se por manter a realização da atividade, visto que todos os outros alunos estavam na expectativa da atividade com o jogo. Desta forma, optou-se por incluir, na análise, uma discussão sobre as diferenças de reações dos sujeitos nos comportamentos observados, dos que haviam estado presentes no primeiro dia em relação aos que faltaram.

Nas intervenções iniciais, a pesquisadora indagou: Como conseguir o maior número do tabuleiro? Por que não existem alguns números no tabuleiro? Estas questões motivaram os sujeitos a começarem a calcular para a obtenção dos números.

No início da atividade, os grupos optaram por seguir na ordem para a obtenção dos números, ou seja, começaram pelo zero e foram seguindo. Observou-se no G2 uma certa resistência de Isa em utilizar as operações de multiplicação e divisão, tanto que, quando Jo propôs fazer $6 : 2 - 1$, para conseguir o número 2, Isa se recusou a anotar dizendo que era muito complicada a sentença proposta por Jo.

Este fato chamou a atenção na medida em que, nas observações posteriores, em situações de jogo, notou-se, também, uma relutância em aplicar as operações de subtração e divisão. As mais utilizadas sempre foram a adição e a multiplicação e, por último, as outras duas. Isto pode levantar o seguinte questionamento: por que a grande resistência em efetuar os cálculos utilizando subtrações e divisões? Pode-se considerar que, possivelmente relacionado a esta indagação, haja uma questão cultural vinculada ao jogo: as operações de subtração e divisão

sempre “diminuem” o resultado da conta realizada com os números naturais. Perder no resultado pode parecer “perder no jogo”, uma conotação um pouco distorcida da própria idéia vinculada a esse jogo. Além disso, efetuar cálculos mentais com adições e multiplicações seria mais fácil. Uma das idéias associadas à multiplicação é a soma de parcelas iguais, daí a facilidade em operar. O que nos leva a supor estas duas justificativas é o fato de que, embora tenha existido, nesse momento inicial de jogo, por parte de Isa, uma resistência em usar a subtração e a divisão, isto durou pouco tempo. Não demorou muito, Isa também já utilizava estas duas operações. Mas, na situação de jogo, a resistência foi muito maior.

Observou-se, principalmente, durante a realização desta atividade inicial, se os grupos apresentavam algum “sistema” de resolução da atividade, o que eles denominavam “lógica”.

Por exemplo, no G2, muitos sistemas foram sendo estabelecidos. A percepção de que calcular os números na ordem numérica era mais fácil, foi rapidamente definida pelo grupo. Desta forma, passaram a testar suas possibilidades e elaboraram os sistemas de referência para os cálculos. No estabelecimento da lógica, observou-se uma competição com outro grupo de alunos.

Abaixo, apresenta-se um episódio que ilustra este fato:

Jo: $6 - 2 + 1$. Ah, mas tem lógica isso daqui!

P: Pode ser que não tenha uma única lógica para todos, mas você pode procurar uma seqüência que vai te dando os números mais facilmente..., não? Olha só, você já achou uma... $5-2+1$ e $6-2+1$, onde você aumentou?

Jo: Aqui, de 5 foi pra 6.

P: E agora?

Jo: 6 menos....Calma aí....É $6 - 1 + 1$ ou $6 - 2 + 2$

Isa: Ou $6 - 3 + 3$...Uhu!!!!

Jo: $6 - 2 + 3$

P: O que que você aumentou aí?

Jo: Aumentei aqui....(aponta pra última parcela)...Ah, mas não vai dar isso sempre...

P: Não vai dar? Até onde vai dar?

Jo: Ah, até ficar 6 ali no último. Então continua.... $6 - 2 + 3$

Isa: $6 - 2 + 4$...Difícil! (Brincando!)

Jo: P.J. a gente descobriu a seqüência....(Se comunicando com o outro grupo) A gente descobriuuuu
(Isa escreve até o $6 - 2 + 6 = 10$)

Isa: Agora... $5 + 3 - 2$...

Jo: Calma aí! $6 - 1$ mais.... $6 - 1 + 6$, aí dá!

Isa: $6 - 1 + 6$...não dá....

Jo: Claro que dá. Dá 11.....Agora, vamo ter que mudar.

P: Por que que vai ter que mudar?

Jo: Porque não vai mais dar pra diminuir nenhum nem aumentar outro....É o doze? $6 + 5 + 1$.

Jo: É, $6 + 6 + 1$, depois $6 + 6 + 2$, $6 + 6 + 3$(continua até $6 + 6 + 6$)...Agora, não dá mais de mais.

P: *Não dá mais de mais... Então qual é o maior número que a gente consegue conseguir com os dados, na soma?*

Jo: *O máximo é 18. Ah! Eu já sabia disso...*

A busca por novos sistemas era definida a partir do momento em que o sujeito percebia a limitação do sistema anterior. A previsão de que o sistema era finito, ou seja, dava conta apenas de alguns números, levava os sujeitos a irem elaborando cada vez mais suas previsões de resultados possíveis.

Ainda no G2, no episódio a seguir, Jo e Isa tentaram obter o número 31.

P: *Agora 31?*

Isa: *6 x 6...*

Jo: *menos 5.*

P: *6 x 6, menos quanto agora, Isa?*

Jo: *menos 4.*

P: *Até que número vai dar para vocês fazerem nessa lógica?*

Jo: *Até o 35! (rápido)*

(Isabela registra até o 35)

Jo: *Agora é 6 x 5 mais.... Ah, é 6 x 5 + 6*

Isa: *6 x 6 + 1*

Jo: *7 x 5 + 2*

P: (repete) *7 x 5 + 2. Sete? Mas não tem 7 no dado!*

Jo: *É mesmo.*

Isa: *Ih! 6 x 6 + 2...*

P: *Até que número vai isso aí?*

Isa: *Até....43.*

Jo: *42*

Isa: *É, 42.*

P: *E agora hein? O 42 foi e o 43?*

Jo: *Não tem 43.*

P: *Ah, então vai pro 44.*

Jo: *Calma aí!*

Isa: *Faz 9 x 5...*

Jo: *Não tem 9 no dado. Ah, é o 6 de cabeça pra baixo...*

Jo: (fala pro outro grupo) *Ah, a gente tá no 44!...6 x 6...*

Isa: *Tem que mudar a lógica, porque agora chegou no 6...*

Jo: *Ah, não dá!....(Pensam muito)*

P: *Será que não tem outro sistema? E o 44? Como é que a gente aumenta esse número?*

Jo: *É 6 x 6 x.... 2. Agora é só com vezes...Calma aí! Vezes....*

Isa: *Vezes 2 não dá!*

Jo: *Vezes....Uai, não tem número que dá 11!*

P: *Não?*

Jo: *Aha! 6 x 5....Não, 6 + 5 x 4*

P: *Como é que você chegou no 6 + 5?*

Jo: *Ah, é que minha mãe fez aniversário de 44 e daí ficaram brincando...ah, é 11 x 4....*

No episódio descrito, cabe citar que a pesquisadora apresentava questões ao grupo, tais como: “agora 31?”, “6 x 6, menos quanto agora?”, “será que não tem outro sistema?”, a fim de motivar os sujeitos a estabelecerem uma lógica (sistema) para a obtenção dos números, fazendo com que este tipo de intervenção gerasse em Jo e Isa uma busca constante de “novos” sistemas a partir do momento que um deles se esgotava. Esta prática propiciou uma freqüente previsão dos limites de cada sistema que ia sendo criado e sistematização desta regularidade.

Além disso, houve a percepção, por parte dos sujeitos, de que a multiplicação seria necessária para a obtenção do número 44, já que o limite para as adições havia sido esgotado com $6 \times 6 + 6 = 42$. A pesquisadora interveio no sentido de fazer com que os sujeitos pudessem observar que a multiplicação fazia o número natural aumentar mais que a adição.

O cálculo utilizado para a obtenção do 44, foi reproduzido posteriormente para o 55 e o 66 $((5 + 6) \times 6)$, como uma regra lógica.

No G1, as situações não foram muito diferentes. A busca por um sistema que representasse os números a serem obtidos, foi sendo estabelecida aos poucos. Num primeiro momento, as expressões eram determinadas sem um plano claro, definido antecipadamente, embora os sujeitos mostrassem uma preocupação em estabelecer uma regularidade. Um dos sujeitos (Gab) se preocupava em definir, sempre, uma expressão que não fosse simplesmente com adições e subtrações, mas que tivesse multiplicações e/ou divisões, pois caracterizava uma solução “mais elegante”, sem o que ele mesmo havia denominado de “a velha lógica do mais e do menos”. Assim, buscava sempre alternativas do tipo: para conseguir o número $5 = 4 : 2 + 3$.

Ao obter o número 10, Mar fez: $3 \times 5 - 5$. Gab estava atento para o que Mar expressou e logo definiu um novo padrão. Por exemplo, para conseguir o 15, em vez de fazer 5×3 , fez 5 vezes 4 e tirou 5. Esse sistema de Gab levava em conta uma das propriedades mais importantes dos números naturais: a propriedade distributiva, trabalhada anteriormente, no estudo-piloto. O sujeito estabeleceu a seguinte relação de igualdade:

$$5 \times 4 - 5 = 5 \times (4 - 1) \text{ e que tudo isso era equivalente a } 5 \times 3$$

Esse sistema ressaltado por Gab foi sendo utilizado na obtenção de vários números, entretanto, num determinado momento, os alunos esbarraram em um número primo⁹, o 13.

Gab: $3 \times 6 - 6$. Vai, vamos fazer todos com 6? 6 vezes....Vai, todos que der...

Mar: Todos que forem múltiplos dá pra fazer assim

Gab: O 13 não dá porque o 13 é primo...

Mar: É, o 13 é primo.

Gab: Tem que usar a velha lógica do mais e do menos. $5 + 6 + 2$

Mar: $6 + 6 + 1$

P: Onde vocês estão?

Gab: No 13. O 13 é primo...Então não dá mais pra usar mais esse esquema de, por exemplo, $5 \times 3 - 3$, tava sempre fazendo assim...

P: Por que que com números primos não é possível fazer?

Gab: Dá pra fazer, mas ele....ou não dá, hum....

P: Quer experimentar fazer? Como você faria com o 2, por exemplo?

Gab: Não com 2 é muito diferente. Se a gente pensar no 13....

Gab: Não, mas daí não é vezes 2, só se você usar 6,5...

P: Eu não entendi ainda o que você pensou...Você quer me dizer como você está pensando?

Gab: Não, com número primo não dá. Porque só ia dá pra fazê 13 vezes 1 e não tem 13 no dado....e vezes 3, não dá, porque senão ia ter que ser 6,5.

No episódio acima, observou-se como os sujeitos buscavam resolver o conflito que se instalou, ou seja, transpor um “limitador” do sistema definido até o momento, um número primo. Gab foi estruturando seu raciocínio até dar conta de sistematizá-lo na última frase. Verificou-se, nesta última frase, que os sujeitos aplicaram dois conceitos importantes que podem ter sido construídos e/ou aplicados na situação:

- 1) o conceito de números primos, com apenas dois divisores distintos, 1 e ele mesmo. Portanto, não sendo possível continuar com a lógica estabelecida que seria algo do tipo: $2 \times 13 - 13$, para a obtenção do número 13;
- 2) o raciocínio algébrico construído ao tentar determinar um número y , definido pela lógica da seguinte forma:

$$3 \cdot y - y = 13 \quad ? \quad y \cdot (3 - 1) = 13 \quad ? \quad y = 13 : 2 = 6,5$$

A construção dos sujeitos indica que compreenderam que, utilizando a mesma lógica, numa multiplicação por 3, o número deveria ser o 6, 5, ou seja, a metade do 13.

⁹ Matematicamente um número natural é definido como primo quando possui exatamente dois divisores distintos, o número 1 e ele mesmo.

É importante ressaltar que, na caracterização dos sujeitos da pesquisa, Gab foi o único a atingir o nível III (operatório formal) na prova dos arranjos. Naquele contexto da prova piagetiana aplicada, ele foi capaz de elaborar um sistema que explicava as combinações realizadas pelas cores e operava a partir do sistema que definiu. Não nos causa estranheza a facilidade com que elabora, nesta atividade de jogo, sistemas variados e algebricamente formulados. A percepção de que os sistemas simplificavam as realizações das tarefas foi bem concebida por este sujeito.

Usualmente, na sala de aula, é difícil ocorrer uma retomada dos conceitos, por parte do professor. Durante o jogo, Gab afirmou que seu sistema não poderia ser aplicado para o número 13, pois este era primo e a pesquisadora interveio perguntando o porquê desta limitação, resgatando o conceito de números primos.

Muitas destas oportunidades de revisão de conceitos, em sala de aula, podem passar despercebidas pelos professores, dificultando a intervenção e a possibilidade de resgate.

Na seqüência deste raciocínio, os sujeitos perceberam que um elemento do jogo limitava os cálculos possíveis: os números dos dados iam até 6, somente. Portanto, para seguir neste mesmo raciocínio, o número 14 exigiu uma reestruturação do próprio sistema, como se observa no diálogo abaixo (G1):

Mar: *Vai...14.... $6 + 6 + 2$ $6 \times 2 + 2$, quer dizer*

Gab: *Agora não dá mais pra usar 7....*

Mar: *$6 \times 2 + 2$bravo!!!*

Gab: *Agora não dá mais pra usareu teria que usar o 7 pra chegar, no 14*

Mar: *É, $7 + 7$ são 14...Cabô*

Gab: *Não, daria... com 7 já não pode...*

P: *E se pudesse, como você faria?*

Gab: *Eu faria, é...7 vezes.... $7 \times 3 - 7$*

Gab: *Agora eu faço $(1 + 6) \times 2$*

Mar: *Ahhhh...*

Gab: *Tá bom, então se você prefere... $(4 + 3) \times 2$*

Mar: *Ah não,... $(1 + 6) \times 2$, esse aí é legal!*

Mar: *Agora é o 15!*

Mar: *Dá pra fazer o que a gente já tinha feito...*

Mar: *É, $5 \times (4 - 1)$*

Gab: *Não, faz 5×4 ...- 5*

Mar: *Então, o que eu falei?*

Nota-se que Gab reestruturou o sistema para dar conta dos valores acima de 14. Observou-se um domínio pelos sujeitos quanto à utilização da propriedade distributiva. Para eles existia a equivalência entre as duas expressões: $5 \times (4 - 1)$ e $5 \times 4 - 5$, mas Gab insistiu na segunda representação, pois, segundo ele, explicitava melhor o sistema definido pelo grupo, até aquele momento.

Ra participava das discussões, mais como observadora. Quando questionada sobre a compreensão do sistema que estava sendo determinado, indicou que estava acompanhando, mesmo em silêncio.

Durante as sessões com o jogo Contig 60[®], verificou-se a importância do registro dos sujeitos para que a pesquisadora pudesse acompanhar o raciocínio e verificar acertos.

O registro das sentenças foi sendo realizado por Mar, que, em muitos momentos, optou pelo registro que ele mesmo havia determinado, como, por exemplo, no caso do 16, embora Gab tenha insistido no registro da expressão: $4 \times 5 - 4$, seguindo o sistema que tinham definido, Mar registrou outra expressão, $3 \times 6 - 2$.

É interessante observar que os sujeitos atribuíam valores às expressões ao registrá-las, caracterizando-as como: a mais legal, a mais coerente com o sistema adotado, a mais elegante – quando utilizavam 2×6 , em vez de $6 + 6$ etc. Esse aspecto mostrava uma certa “preocupação” dos sujeitos em registrar o que consideravam, talvez, o “mais correto”.

Em situações escolares normais, nas quais o professor se detém quase que exclusivamente nos registros realizados pelos alunos, ele perde muito do processo ocorrido na obtenção de uma resposta. Quando o aluno traduz seu raciocínio através de um registro, ele depura seu próprio raciocínio e não explicita esse processo no registro. Alguns professores amenizam esse tipo de problemática requisitando que os seus alunos não utilizem a borracha em suas resoluções de problemas, mas que deixem registradas as tentativas de resolução.

Quanto aos registros das expressões realizados pelos dois grupos: G1 e G2, observou-se uma organização de raciocínio melhor desenvolvida pelo G2. No G1, somente a partir do número 19 é que foi estabelecida uma sistemática de solução e uma ordem no registro, realizando os cálculos em que somente a última parcela foi variando. Por exemplo: $6 \times 3 + 1$; $6 \times 3 + 2$+ 3, + 4 e assim, sucessivamente, até esgotar para o + 6. A opção seguinte foi o 6×4 e variando a terceira parcela: +1, +2,....

G1

tabuleiro do jogo.

0 = 2 - 1 - 1	20 = 6 x 3 + 2	50 = 6 + 4 x 5
1 = 4 x 1 x 1	21 = 6 x 3 + 3	54 = 6 x 3 x 3
2 = 5 - 1 ÷ 2	22 = 6 x 3 + 4	55 = 6 + 5 x 5
3 = 2 x 3 ÷ 2	23 = 6 x 3 + 5	60 = 6 + 6 x 5
4 = 6 - 3 + 1	24 = 6 x 4 x 1	64 = 4 x 4 x 4
5 = 4 ÷ 2 + 3	25 = 6 x 4 + 1	66 = 6 + 5 x 6
6 = 1 + 2 x 3	26 = 6 x 4 + 2	72 = 6 + 6 x 6
7 = 6 ÷ 2 + 4	27 = 6 x 4 + 3	75 = 5 x 3 x 5
8 = 4 + 6 - 2	28 = 6 x 4 + 4	80 = 5 x 4 x 4
9 = 6 ÷ x 3	29 = 6 x 4 + 5	90 = 5 x 3 x 6
10 = 3 x 5 - 5	30 = 6 x 5 x 1	96 = 4 x 4 x 6
11 = 4 + 1 + 6	31 = 6 x 5 + 1	100 = 5 x 5 x 4
12 = 3 x 6 - 2	32 = 6 x 5 + 2	108 = 6 x 3 x 6
13 = 3 x 4 + 1	33 = 6 x 5 + 3	120 = 5 x 4 x 3
14 = 1 + 6 x 2	34 = 6 x 5 + 4	125 = 5 x 5 x 5
15 = 5 x 4 - 5	35 = 6 x 5 + 5	144 = 6 x 4 x 6
16 = 3 x 6 - 2	36 = 6 x 5 + 6	150 = 5 x 5 x 6
17 = 6 x 2 + 5	37 = 6 x 6 + 1	180 = 6 x 6 x 5
18 = 6 + 6 + 6	38 = 6 x 6 + 2	
19 = 6 x 3 + 1	39 = 6 x 6 + 3	
	40 = 6 x 6 + 4	
	41 = 6 x 6 + 5	
	42 = 6 x 6 + 6	
	44 = 4 + 5 x 4	
	45 = 3 x 3 x 5	
	48 = 6 + 6 x 4	

G2

6 - 5 - 1 = 0	6 + 6 + 4 = 16
4 + 3 - 6 = 1	6 + 6 + 5 = 17
6 ÷ 2 - 1 = 2	6 + 6 + 6 = 18
3 + 3 - 3 = 3	4 . 5 - 1 = 19
5 - 2 + 1 = 4	5 . 5 - 5 = 20
6 - 2 + 1 = 5	5 . 5 - 4 = 21
6 - 2 + 2 = 6	5 . 5 - 3 = 22
6 - 2 + 3 = 7	5 . 5 - 2 = 23
6 - 2 + 4 = 8	5 . 5 - 1 = 24
6 - 2 + 5 = 9	4 . 6 + 1 = 25
6 - 2 + 6 = 10	4 . 6 + 2 = 26
6 - 1 + 6 = 11	4 . 6 + 3 = 27
6 + 5 + 1 = 12	4 . 6 + 4 = 28
6 + 6 + 1 = 13	4 . 6 + 5 = 29
6 + 6 + 2 = 14	4 . 6 + 6 = 30
6 + 6 + 3 = 15	6 . 6 - 5 = 31
	6 . 6 - 4 = 32
	6 . 6 - 3 = 33
	6 . 6 - 2 = 34
	6 . 6 - 1 = 35

É importante observar que o elemento neutro da multiplicação para os números naturais foi bastante explorado nesse sistema do G1, na medida em que, ao esgotar uma seqüência de expressões, buscava um produto de dois números que satisfizesse, pois a próxima parcela já seria 1. Por exemplo, para obter o 24, fizeram: $6 \times 4 \times 1$ e, a partir daí as seqüências seguintes: $6 \times 4 + 1$, $6 \times 4 + 2$...até o 30, que fizeram: $6 \times 5 \times 1$.

Os registros das situações representaram um importante instrumento para mostrar o raciocínio utilizado pelos alunos, embora o processo mental de obtenção dos sistemas só pudesse ser identificado, quase que na sua totalidade, através das expressões verbais dos sujeitos. Conforme descrito anteriormente, em situações normais de sala de aula é muito difícil para o professor acompanhar todo o raciocínio desencadeado pelo aluno ou grupo de alunos. É muito comum se utilizar apenas o registro para a compreensão do raciocínio utilizado, perdendo parte do processo desencadeado e dos “erros” cometidos.

Ainda no G1, verificou-se o quanto a definição dos sistemas facilitou a resolução dos sujeitos:

P: *Qual é o sistema aí?*

Mar: *É que a gente descobriu uma lógica....*

Gab: *É, ó que legal*

Mar: *Ó, começa com o 19, que eu fiz $6 \times 3 + 1$...*

Gab: *Ó vai fazendo...aqui tem que parar...*

Mar: *No 20 é $6 \times 3 + 2$...que daria 20 e no 19 eu fiz $6 \times 3 + 1$, que ele descobriu, e daí no 21 é $6 \times 3 + 3$...*

P: *Mas daí você já sabia que ia dar até quanto?*

Gab: *Ia dar até $6 \times 6 + 6$*

Mar: *É, só que daí ele fez....*

P: *E que seria o que?*

Mar: *É até 42.*

Mar: *31, vai faz aí. Então anota aí...o 31*

P: *E a Ra? Tá participando aqui junto?*

Mar: *Ela fez já, um monte...*

Gab: *É, no começo cada um fazia um daí a gente descobriu a lógica*

Mar: *É daí a gente foi “limpando” tudo isso aí, daí o resto a gente faz na calculadora. (Dirigindo-se á pesquisadora) Não fala, pra classe, que o nosso grupo é muito esperto e descobriu a lógica primeiro...*

Gab: *Ai que bom até o 42 tá tudo certinho...(risos)*

Mar: *É, daí só falta mais um pouquinho*

Gab: *É e olha só...aqui vai pulando, já pulou o 43...vai pulando*

Mar: *Chega moleque...para de fazer conta*

Gab e Mar, ao observar as regularidades, foram capazes de perceber a maior vantagem da construção de um sistema algébrico: que a definição de uma função ou mesmo a resolução de uma equação otimiza a resolução dos problemas aritméticos. Na discussão matemática processada os sujeitos se mostravam felizes, que estavam interagindo na busca do sistema, sendo que a última frase dita por Mar: *Chega moleque...para de fazer a conta*, pôde representar um momento de síntese, de compreensão, ou seja, uma formulação do tipo: não precisa mais perder tempo fazendo cálculos, já se construiu a regra, o sistema.

O registro das expressões numéricas foi sendo realizado em fileiras, mostrando como o sistema era óbvio para os sujeitos. Desta forma, Mar registrava, por exemplo, 6×3 , várias vezes, e depois ia escrevendo $+ 1$, $+ 2$, e assim sucessivamente.

Os resultados mostraram que a construção do sistema permitiu, aos sujeitos, estarem prevendo até onde o sistema dava conta, antes mesmo do registro. Ou seja, propiciou a previsão e antecipação na realização da atividade.

Tanto no G1 quanto no G2, embora os sujeitos tivessem a calculadora à disposição, buscara efetuar os cálculos mentalmente, pelo menos com os números menores que 40. Em vários momentos, a pesquisadora lembrou aos sujeitos que eles poderiam utilizar a calculadora, mas eles ignoraram este fato. Udina Abelló (1992) aborda este aspecto como uma das diretrizes no trabalho com calculadoras na sala de aula, ou seja, o autor defende que, do ponto de vista prático e utilitário, é importante que o aluno efetue os cálculos com números “pequenos”

mentalmente, pois agiliza o cálculo. Pegar a calculadora para efetuar cálculos com números “pequenos”, seria “perder tempo”. Neste sentido, o autor ressalta a importância do cálculo mental para a vida cotidiana dos alunos:

“Há que considerar o nível de habilidade de calcular, mental ou escrita que temos que exigir dos alunos. (...)a crescente presença dos números em nosso contexto social, obriga a ter uma maior capacidade de cálculo mental. Pode-se dizer que seria bom que as crianças deixassem a educação primária com a capacidade de somar e subtrair mentalmente números de 2, 3 casas significativas, de calcular mentalmente o produto de 3 x 1 casas e de 2 x 2 casas no mínimo, e o quociente de uma divisão de mesma ordem. As operações de maior complexidade as realizará de modo habitual sobre uma calculadora.” (Udina Abelló,1992:p.64)

Observou-se que a calculadora passou a ser usada pelos sujeitos só a partir dos cálculos para a obtenção do 54. E, mesmo assim, essa utilização se limitava à verificação dos resultados ou para a investigação de diferentes possibilidades de multiplicação com números “grandes”.

Foram várias as situações em que a pesquisadora interveio na ação do jogo para a sistematização de uma regularidade, como podemos observar no episódio a seguir, ocorrido no G2, quando os sujeitos buscavam conseguir, durante a atividade de familiarização com o tabuleiro, o número 54:

P: *Como é que a gente conseguiu fazer o 45? A gente não viu que número vezes o outro dava 45? Será que não dá pra fazer o mesmo com o 54?*

Jo: *O que que dá 13,5? (Pensando na multiplicação por 4)*

P: *(não ouve) 54...Ninguém lembra de 54? Que número vezes outro dá 54?*

Jo: *27, vezes 2*

P: *E como é que você consegue o 27?*

Jo: *(pergunta para Isa) Tem 27 aí? (se referindo ao que já foi feito no papel) Tem...mas não, precisa dos 3 números*

Isa: *13, 5*

P: *Mas isso vezes 4...Será que não tem um número vezes outro que dá 27?*

Jo: *3 x 4...*

Isa: *9 x 3 é 27*

Isa: *Não tem 9 no dado.*

P: *Olha só, (escreve no papel) ...9 x 3 x 2 é 54, como é que eu poderia diminuir esse 9 daqui, ó? Porque não pode, no máximo aqui entra o 6...Quanto seria, então...6 vezes quanto?*

Jo: *18 é 54: 3...6 vezes...*

P: *Por que você dividiu por 3?*

Jo: *Porque 2 é pouco e 4 é muito.*

P: *Mas você tem que conseguir só com 2 números chegar no 18, certo?*

Jo: *Então...6 x 3*

P: *Então, como é que ficaria a conta?*

Jo: *6 x 3 x 3*

Nesta situação, nota-se que, para os sujeitos, procurar uma forma de obter um número como o 54 era necessário buscar um divisor e construir a sentença. Nas sentenças anteriores estavam trabalhando com os múltiplos de 4, daí a tentativa em manter a mesma lógica e continuar dividindo por 4. Entretanto, para conseguir que os sujeitos percebessem que a lógica não estava em dividir por 4, mas dividir por um divisor qualquer e buscar uma forma de obter o outro número com apenas uma operação, a pesquisadora foi encadeando questões a partir das respostas dos sujeitos, chegando a registrar no papel a sentença, a fim de melhor observar o raciocínio que estava sendo desencadeado. Desta forma, a pesquisadora contribuiu para a organização do raciocínio dos sujeitos, auxiliando-os na constatação de novas regularidades, em um processo de investigação matemática.

A insistência em dividir por 4, no G2, foi sendo repensada a partir das intervenções da pesquisadora:

Jo: 75. Pera aí...75 é...75 dividido por 4 igual....5 vezes 5 vezes 3

Isa: 5×5 ???

Jo: $5 \times 5 \times 3$ (Eh....Prontinho)

Isa: 80

Jo: 80 é fácil... $5 + 5 \times 8$

Jo: Agora é $5 + 4$

Isa: Não pode ser vezes 8!

Jo: É.

Isa: Eu tava vendo que tava fácil demais pra ser verdade!

Jo: Não, calma...é....80 é fácil, é 8×10 , calma aí....

Isa: Não pode usar o 8, nem 10.

Jo: $5 \times 4 \times 4$

Isa: Ah, tá. A gente já descobriu mais alguma lógica...

Jo: $5 \times 4 \times 5$.

Isa: Agora é 90. 5×5 vezes....

Jo: 5×6 é.... $\times 3$. Agora é o 96.

Jo: $6 \times 4 \times 4$.

P: Como é que você descobriu? Assim, á toa?

Jo: Ah, pega o 96 e divide por 3, daí não dá e daí dividi por 4. Agora o 100. Já foi... $5 \times 4 \times 5$

Jo: O 108 é... $6 \times 6 \times 3$

P: Você fez também...dividindo?

Jo: É. Foi depois do 55, eu acho....não depois do 72 é que eu comecei a fazer dividindo...

Isa: 6 vezes... 6×4 ...Não.

Jo: 6 vezes 4....vezes...5

Isa: Olha só eu descobri o que é 144, $6 \times 6 \times 4$

Jo: $6 \times 5 \times 4$ é o 120 (João repete e confere na calculadora). Agora o 125... É só pegar o número e dividir por algum outro número. 125 dividido por 4

P: *Que número é esse pelo qual você divide? Como que tem que ser esse número? Pode ser qualquer um?*
Jo: *Pode. 4, 3, 2....Dividido por 3 não vai dar...*
P: *Por que que não vai dar?*
Jo: *Ué, porque não dá pra dividir*

A situação acima mostra uma das várias situações em que foi utilizada a estratégia de se pensar nos múltiplos dos números para a obtenção da resposta. Esses resultados se repetiram no G1, como se observa no episódio abaixo:

Gab: *44, é múltiplo de 11...Agora 45 é múltiplo de 5...(risos) É de 9 e de 5, não é?*
Mar: *Não, 45 é bastante...Pode fazê usando o 3.*
Gab: *É 9 com 5. Ra não quer participar não?*
Ra: *Não*
P: *Bom se é 9 com 5, como pode ser usando 3?*
Gab: *$3 \times 3 \times 5$, Mar anota aí... $3 \times 3 \times 5$*
Mar: *Eu descobri o 48, peraí. O 48 é o próximo...já descobri, o 48 é...põe aí o 48... $6 + 6 \times 4$...*
P: *Agora deixa a Ra fazer...*
Mar: *Vai Ra, calcula aí...Agora é o...*
Ra: *É o 49?*
Gab: *Não, 50, ...50 é fácil!*
Ra: *$6 + 4 \times 5$, certo?*
Mar: *Vai Gab, anota aí...*
Gab: *Qual?*
Mar: *$6 + 4 \times 5$, né ô cabeça! Vai agora você faz o cálculo e eu vou anotar...*
Gab: *$6 + 4 \times 5$...Ai que emoção!...54*
Mar: *Cinqüenta e...quatro, já meu? $6 + 5 \times 5$...(risos)*
Gab: *Pronto já achei...Olha, $6 \times 3 \times 3$...*
Mar: (risos) *Eu descobri o 55 já.*
Gab: *$6 \times 3 \times 3$*
Ra: *54, é deu certo*
Mar: *54 é o quê?*
Gab: *54 é 3×18 ...E como eu chego em 18?*
Mar: *6×3*
Gab: *É, então eu faço $6 \times 3 \times 3$*
Gab: *É, que eu faço ao contrário eu começo dividindo por 3...*
Mar: *No 55 eu já fiz...É $6 + 5 \times 5$...Dá certinho!*
Gab: *O 55 então, é? $6 + 5 \times 5$, ah é, tá certo!*
P: *O que é que você dividiu? Você disse que fez ao contrário...(remetendo a pergunta ao 54, ainda)*
Gab: *Ah tá, eu fiz 54...dividi por 2, não dá certo, deu um número muito alto, daí eu fui e dividi por 3, deu 18...como eu chego no 18? 6×3*
Mar: *Olha, aqui também começa a ter uma lógica! (risos)*
Mar: *$6 + 5 \times 5$, $6 + 6 \times 5$, que é 60. Agora não dá mais...Ó é o 64*
Gab: *64, que emoção! ...Dividido por 3... 6! Não,...tem coisa errada. 64 é divisível por 4, que é igual à 16...Bom, agora eu vou chegar no 16. Ichi!!!... Ah é... 4×4 , então é... $4 \times 4 \times 4$*
Mar: *Peraí, (anota) $4 \times 4 \times 4$... Peraí, eu já descobri o 72!*
Gab: *O 66 eu também já sei. $5 + 6 \times 6$. Todo múltiplo de 11 dá assim...*
Mar: *Peraí, como era mesmo?... $6 + 6 \times 6$*

Mar: (rindo) *O 72 é $6 + 6 \times 6$...É sempre assim, é só pensar e dá o número certo. Ó aqui é $6 + 5 \times 5$*
Gab: *Aqui ó, é $6 + 5 \times 6$, porque $6 + 5$ é 11 e daí vezes 6...*
Mar: (anota) *$6 + 5 \dots \times 6$, acho que eu já descobri outra lógica $6 + 5 \times 6 \dots 6 + 6 \times 6 \dots$*
Gab: *Ah, deixa eu botar em ordem Mar...55..*
Mar: *Olha isso cara, 55 não é $6 + 5 \times 5$*
Gab: *Ah?*
Mar: *Ah é! Olha que legal cara, parece que é igual... $6 + 5 \times 5$, $6 + 5 \times 6$...*
Gab: *75, eu já sei que é de 15.*

Nesta extensa situação descrita são mostrados vários aspectos abordados até o momento. Gab utilizou como estratégia de resolução do problema, o tempo todo, os conceitos de multiplicidade e divisibilidade para a formulação das expressões. Mar já buscou definir uma lógica e foi se adiantando no cálculo de algumas expressões com o auxílio da calculadora, muitas vezes confundindo o raciocínio de Gab. Tanto Mar quanto Gab utilizaram o mesmo raciocínio na obtenção dos números, entretanto Gab o fazia com cálculo mental, enquanto Mar utilizou a calculadora. O fato de Mar ter utilizado o mesmo raciocínio que Gab pôde ser resgatado a partir da observação da ação do sujeito pela pesquisadora, onde foi possível verificar que Mar digitou os números na calculadora, buscando sempre os múltiplos e divisores, como Gab.

Quanto à interação social, observou-se que os dois sujeitos requisitaram bastante a participação de Ra que, mesmo falando menos, se apresentou bastante atenta à toda a situação. No trabalho em grupo é necessário respeitar sempre as particularidades e as formas de participação que se apresentam distintas de indivíduo para indivíduo.

É muito importante propiciar, em situações escolares, momentos de atividades de trabalho em grupo, para que os sujeitos sejam capazes de compreender e respeitar as formas de participação dos colegas de trabalho. Além do que, trata-se de um exercício para o próprio autoconhecimento. Em atividades grupais, os sujeitos são capazes de se conhecer, conhecer mais seus próprios limites, atitudes, valores e capacidades, a fim de contribuir para que o trabalho se desenvolva da melhor forma. Na situação descrita, Ra poderia não estar participando, respondendo alto todas as sentenças, por outro lado foi capaz de acompanhar o raciocínio e emitir suas opiniões e construir suas próprias sentenças.

Em toda situação analisada, foi possível constatar, as fases de generalização/levantamento de conjecturas. O trabalho demonstrou a elaboração, pelos sujeitos, de conjecturas a cerca dos sistemas que foram construindo, questionando-as, testando-as. Os sujeitos foram capazes de perceber os limitadores e as vantagens de definirem um sistema único através de “previsões”.

Todo esse processo foi despertando o interesse deles para estabelecerem novas regularidades e conferindo um momento lúdico na realização da tarefa. Este aspecto é destacado por Lopes et al (1996):

*“Pensamos que os alunos devem desenvolver simultaneamente as **capacidades de duvidar** (será que essa conjectura é válida?) e de **demonstrar** (tenho certeza de que esta conjectura é válida porque...), mas com um certo bom senso: vale mais sentir o gosto de descobrir uma relação interessante, embora não demonstrável no momento, do que descobrir apenas relações insípidas por serem as únicas que podem ser demonstradas”* (Lopes et al,1996:p.52)

A constatação de uma regularidade numérica e a construção de um sistema lógico que pudesse exprimir aquela regularidade, representou o próprio processo da produção e investigação matemática. Observar padrões e definir modelos que representem tais padrões é “fazer matemática” de forma abstrata, é pensar algebricamente. A esse respeito o grupo espanhol Azarquiel (1993) pontua que:

“Uma das vias para que um principiante possa se encontrar com a álgebra, e talvez a mais natural e construtiva, é precisamente o trabalho com situações nas quais se deve perceber o geral e, sobretudo, expressá-lo. Ao tentar descrever relações ou propriedades relativas a um conjunto de números, pode-se conseguir que as letras apareçam em um contexto, depois de um processo em que se trata de dar sentido progressivamente às interpretações pessoais. Assim, se pode converter em uma necessidade do aluno, em um instrumento próprio para explicar e manejar suas idéias.” (Grupo Azarquiel,1993:p.28)

O pensamento algébrico e a forma de representação dos sistemas que foram sendo criados, foram construídos a partir da necessidade do próprio sujeito, necessidade de simplificação das suas formas de raciocínio.

A construção de uma lógica e representação, através de letras, são artifícios que vêm facilitar o trabalho do sujeito. Durante o processo de generalização as fases são bem definidas (Grupo Azarquiel,1993):

- 1^a) A visão da regularidade, da diferenciação e da relação;
- 2^a) Sua exposição verbal;
- 3^a) Sua expressão escrita, da maneira mais concisa possível.

Esse processo de generalização caracteriza-se pela observação e construção de regularidades que permitem levar à formulação de leis mais gerais e expressá-las através de uma linguagem própria, a linguagem algébrica. Neste sentido, generalizar depende de um processo de levantamento de conjecturas, a ser realizado pelo sujeito. É quando o sujeito é capaz de questionar e analisar sobre as regularidades que observa. Conforme afirma Lopes et al (1996):

*“Quando se fala de generalização está sempre subjacente a **formulação de conjecturas**. Elaborar conjecturas é uma actividade matemática muito rica mas também muito ignorada nas aulas de Matemática. Para que os nossos alunos desenvolvam a **capacidade de fazer conjecturas**, é necessário que realizem actividades em que haja necessidade e vantagem na sua elaboração.”* (Lopes et al,1996:p.51)

Quanto ao rigor matemático na representação de uma expressão algébrica, temos que este também necessita ser construído e podemos observar que em situações de jogo, como a que foi desenvolvida, fica clara essa construção. Os sujeitos pensavam algebricamente, alguns com mais dificuldade que outros. Entretanto, não foi exigido um rigor na representação dos sistemas construídos, acreditando que este seria um final de um processo que estava sendo construído, na medida em que esses sujeitos ainda estavam no início da 6ª série (11 anos) e que estariam trabalhando com as equações - início da representação algébrica com um certo rigor matemático - somente no segundo semestre daquele ano.

A questão do interesse também esteve presente e pôde ser observada em todo o episódio descrito. Utilizavam expressões, como: “Que emoção, estamos terminando...” em várias situações, os sujeitos mostravam que se sentiam satisfeitos com a realização da tarefa..

Estes aspectos e muitos outros que fogem à análise aqui processada, puderam ser observados no decorrer de todas as atividades desenvolvidas.

Portanto, este primeiro momento de familiarização com o material do jogo e a possível determinação dos sistemas lógicos para a obtenção dos números do tabuleiro se justificou pela exploração do processo de produção e “fazer matemático”. Como afirma Macedo et al. (1997): *“No jogo de construção (...) a forma se subordina ao conteúdo, ou seja, a ênfase é dada ao processo, no qual as relações ou estruturas são meios para a realização do conteúdo.”* (Macedo et al.,1997:p.151).

Ao final da atividade, após as pequenas análises realizadas pelos sujeitos e a verificação de que todos os números poderiam ser obtidos na situação de jogo, os sujeitos se apresentavam

bastante interessados em aprender o jogo. Além disso, foram capazes de perceber o quanto a atividade auxiliaria na ação do jogo, mesmo sem o conhecimento exato das regras que essa atividade envolvia, como se observa no episódio abaixo:

Isa: *Acabamos*

Jo: *Oba, agora a gente vai jogar....Agora vai ser mais fácil pra jogar*

É importante ressaltar que a ausência de alguns sujeitos no primeiro dia de intervenção prejudicou o desempenho destes, no segundo dia, pois as análises e discussões processadas pelos sujeitos presentes no primeiro dia não foram socializadas para os sujeitos que faltaram, o que implicou em desvantagens logo no primeiro jogo, como se observa no diálogo abaixo.

(No G2, Ju havia faltado no primeiro dia, enquanto que Isa e Jo estavam presentes)

Jo e Mari: (lançam os dados) 5, 4, 3

Ju: *O P., é impossível chegar no 180.* (Dirigindo-se à pesquisadora)

P: *É impossível? Eles fizeram essa atividade ontem....Como vocês fizeram para chegar no 180?*

Jo: *6 x 6 x 5*

Ju: (sorri) *É mesmo!* (começa a analisar o tabuleiro) *Aqui não tá faltando??? Pula número isso!*

Jo: *Pula. Tem alguns números que não tem....*

Ju: *Por quê?*

P: *O que vocês acham???? Essa é uma pergunta interessante...*

Jo: *Porque senão o tabuleiro ia ficar muito grande!*

P: *Essa é uma boa resposta!*

Ju: *Já sei! Porque esses números não dão pra chegar com os números do dado.*

P: *É uma outra boa resposta. Por que será, hein? Por exemplo, o 43, por que será que não tá aí, hein?*

Ju: *Ummmmm*

Jo: *Só dá pra fazer os primos até o 41, depois precisa usar vezes e não dá mais primo. Acho que é isso! Pelo menos é o que a gente viu na outra aula.*

Ju: ?

(voltam para o jogo)

Os dados mostraram que a familiarização com o tabuleiro do jogo e as possibilidades de obtenção dos números segundo as regras do jogo auxiliaram na realização das atividades de jogo. Ficou claro que, nas primeiras situações de jogo, Jo e Isa, que estavam presentes no primeiro dia, levaram mais vantagem que Mari e Ju, pois foram capazes de ampliar mais a análise de possibilidades, já que haviam refletido sobre a obtenção dos números de muitas maneiras e também porque puderam construir seus sistemas de representação, observando regularidades.

Situações semelhantes puderam ser observadas no G1, quando Teo (sujeito ausente no primeiro dia) demonstrou mais dificuldade em dominar o jogo e explorar o tabuleiro do que os outros sujeitos (Mar,Ra e Gab). A situação descrita a seguir corresponde ao primeiro jogo do G1. Após uma seqüência de seis jogadas de cada dupla, jogam Teo e Ra contra Gab e Mar:

Teo e Ra: (lançam os dados – 1, 4, 5)

Teo: *6 x 4, quanto é?...*(silêncio) *Olha é assim ó* (se referindo ao tabuleiro em espiral)

Mar: *Só agora que você percebeu?*

Teo: *É que eu fiquei olhando. Vai assim, daí assim....Aqui é o maior. E falta alguns...*

Ra: *Vamos lá Teo.*

Teo: (tenta fazer a conta) *Calma.Agora que eu vi que dá pra fazê um monte de conta!*

A partir da segunda ou terceira partida essa diferença ficou menos significativa. Os sujeitos que haviam faltado já se acostumavam com as situações de jogo e já eram capazes de analisar as possibilidades como os outros sujeitos.

A seguir são descritas, mais especificamente, as situações de jogo Contig 60[®], identificando os principais aspectos observados nas situações e que compuseram as unidades de análise desta pesquisa.

Jogando e construindo conceitos nas intervenções com o jogo Contig 60[®]:

Nesta atividade foi realizado o Jogo propriamente dito, com todas as regras e, no máximo, com 30 pontos para vencer (primeira e segunda sessões).

A pesquisadora explicou as regras do jogo, verbalmente, para cada grupo (segundo momento do jogo – reconhecimento das regras). Durante a explicação foram feitas simulações de jogadas para exemplificar situações de jogo (reconhecimento das regras). Os sujeitos se mostraram bastante interessados em aprender as regras. Eles mesmos definiram as parcerias, sendo que, ao terminar um jogo, iam alterando as parcerias. O jogo em parcerias, conforme descrito anteriormente, propiciou um momento importante para a interação social no jogo, na medida em que o cumprimento de regras e a criação de estratégias envolveu o se relacionar com o outro que, muitas vezes, pensava, agia e criava estratégias diferenciadas.

Não foi permitida a utilização de calculadoras e de algoritmos por escrito – incentivou-se o cálculo mental, que era o objetivo do jogo. Não foi exigido, inicialmente, o registro do jogo

pelos sujeitos. Deixou-se que jogassem várias vezes, trocando parcerias e registrando o que desejavam: pontos marcados, expressões do cálculo mental e previsões de jogadas.

A percepção de que o jogo envolvia raciocínio e sorte foi ressaltada pelos sujeitos, tão logo eles foram capazes de compreender o movimento do jogo. Por exemplo, durante uma tentativa de conseguir uma “boa jogada”, Gab (G1) se manifestou:

Gab: *Ah, eu chego no 28, se tivesse 5 eu chegava no 29.*

Gab: *Esse é um jogo muito de sorte.*

Mar: *É, por isso que eu sou sortudo! Mas tem muito de cálculo matemático também, não adianta nada tirar bons números se não sabê aproveitar com uma boa conta!*

Nas situações de jogo, houve o acompanhamento da pesquisadora e intervenção verbal, quando necessária. Optou-se por intervir pouco durante a situação de jogo a fim de minimizar a perda de ludicidade do jogo pelas constantes interrupções no seu decorrer.

Identificando as unidades de análise:

A seguir, descreve-se uma situação contínua de jogo a fim de identificarmos as várias unidades de análise, descritas no capítulo anterior e que foram resgatadas na apresentação e análise das situações de jogo.

Este episódio ocorreu no G1, no primeiro dia de intervenção com o jogo, logo após a explicação do jogo, pela pesquisadora. Os sujeitos definiram os adversários: Ra e Mar contra Gab (Teo estava ausente).

Gab: *$4 \times 4 - 2 \dots 4 + 4$, quer dizer, $\dots 4 - 4 + 2$*

Mar: *4 menos????*

Gab: *É, entendeu, né?*

Mar: *Como?*

Gab: *$4 - 4 + 2$*

Ra: *Dá 2.*

Mar: *Ah tá. Você tá com 0 pontos. Vai agora é eu e a Ra. 4×1 menos...3....*

Ra: *Tem que encostar*

Mar: *Então, põe aqui do lado*

Ra: *Não encostou no....(inaudível) Ah! Tá bom, vai.*

Mar: *Mas a gente vai pegar 2 pontos aqui, não é? (dirigindo-se à pesquisadora)*

P: *Não. Um ponto, encostou em 1 ficha.*

(situação 1)

Mar: *Mas aqui ele não vai pegar 2 pontos...Aqui no 28, pra ele chegar é meio difícinho...*

Ra: *Não se você colocá aqui, se ele jogar e conseguir 29 ele vai ter dois pontos.*

Mar: *É, é assim, tem que arriscar....Eu fiz $4 \times 1 - 1$, $4 \times 1 - 3$*

Gab: (joga os dados) (Risos) *$4 \times 4 \times 3$ ô tá difícil, hein? (risos)*

Mar: *4×4 $4 \times$, vai logo!*

P: (é interrompida por outro grupo que vem mostrar que terminou a atividade anterior e quer aprender o jogo)

(situação 2)

Mar: *É super legal o joguinho, vocês vão gostar....*

Gab: *4×4 , 16, 16 não dá!*

(situação 3)

Gab: *Eu quero chegar em 24....*

Gab: *7×4 ,28*

Mar: *Opa, 28, não!*

Gab: (comemora)

P: *Como é que é?*

Gab: *Aqui ó, $4 \times 4 + 3 \times 4$, 14, e 14, 28. Pronto! Marca aí, 2 pontos pra mim....*

Mar: *Ah, é 1*

Gab: 2

Mar: *É 1, debaixo é 1, ela falou que de lado é 2.*

Ra: *É 2 pontos dele, olha só aqui é 1 e o outro 2.*

P: *É, são 2 pontos.*

Mar: *Ah, tá! Entendi essa....*

P: *O ideal é por no zero agora?*

Mar e Gab: *Não, no 29.*

Gab: *No 29 você ganha 3.*

Mar: *Lança os dados.*

Gab: (olhando) *Não dá!*

Mar: *$4 + 1 - 1$, $4 - 1$É vamo botá em cima*

Gab: *Não pode.*

Mar: *Pode sim!*

Gab: (consulta a pesquisadora) *Pode botá em cima?*

P: *Não, em cima não.*

Mar: *Ahhhh (se lamentando). Então...*

Gab: *Vai pra qualquer lugar então*

Mar: *$4 \times 1 - 1$, a gente ganha um pontinho, olha.*

Gab: *Ai, se eu botá aqui, olha quanto eu ganho, 1, 2, 3, 4 pontos*

Mar: *Não adianta, você não vai conseguir, não tem como chegar no 29! Tem que ser muito bonzão.*

(situação 4)

Gab: *Lança os dados (5, 3 e 1)*

Mar: *5×3 , 5, 10, 15 + 1....*

Gab: *No 29...*

Mar: *Você não vai conseguir Gab.*

Gab: *Hã....Pode usá a calculadora?*

P: *Não.*

Gab: *$6 + 6$...12, 18*

Mar: *Que $6 + 6$, onde se vai meu amigo?*

Gab: 18

Mar: *6×3 , Gab*

Gab: *Então.... 18!*

Mar: *O máximo que você vai chegá é 6×3 , 18 é o máximo, cabô é o máximo*

Gab: *É nada, eu posso chegá no 20*
 Mar: *É... beleza....*
 Gab: *De repente chegar num número muito alto não é alguma coisa má*
 Mar: *Vai....Se tivesse 2, dava pra você chegar no 21*
 Gab: *Não tem jeito, vai ter que ser no 20.*
 Mar: *Vai logo....*
 Gab: *Vai, bem longe.*
 Mar: *(lança os dados – 2, 3, 5) Oba! 5, não....2 + 3, não 5 x 5, 25....Pô, consegui no 21.*
 P: *Ra você tá jogando com ele?*
 Ra: *Tô.*
 P: *Então, ajuda a pensar....*
 Mar: *Um...eu sei como chegar no 30!*
 P: *E aí? Se chegar no 30 o que acontece?*
 Mar: *É fazer 2 x 3 x 5*
 Gab: *Daí marca 2 pontos.*
 Mar: *Uhu!!!*
 Gab: *Agora eu vou conseguir no 29! (lança os dados – 5, 6, 3)*
 Gab: *3 + 6....8 x 6, 6 x 8....48, passou. Mas se eu encostar aqui eu não ganho 2 pontos, porque é minha ficha.*
 Mar: *Ganha, é claro que ganha, senão a gente não marcava 2 pontos aqui ó.*
 Gab: *Ah, eu sei....Então, sabe que se eu tivesse 1 aqui (apontando para o dado 3)....(risos)*
 Mar: *Ceguei no 31, mas eu não te conto. Quer dizer...no 32*
 Gab: *Ceguei no 45!*
 Mar: *5 + 6 x 3, dá31*
 Gab: *Não, dá 33.*
 Mar: *5 x 6.....x 3*
 Gab: *Eu consigo fazê a conta e ganhá 1 ponto, mas eu quero vê se consigo mais....*
 P: *Então quer dizer que você quer ganhar 2 pontos?*
 Ra: *Você quer ganhar 2 pontos?*
 Mar: *É se ele não ganhá 2 pontos ele tá quebrado. Nós já tamo com 4.*
 Gab: *Ponho no 27*
 P: *E chega no 27?*
 (tempo corre....)
 P: *Vamo lá Gab!*
 Gab: *24 mais 5. Eu consigo chegá no 27 de dois jeitos....*
 P: *24 mais 5, dá 27?*
 Gab: *Ó 24, certo?*
 P: *Não, como 24? 6 x 3, dá 24?*
 Mar: *Dá 18 (Risos)*
 Gab: *É tá certo, é 18. ... o outro 27 é assim ó. 6 x 5 – 3*
 P: *Foi isso aqui que você fez? Ganhou quanto?*
 Gab: *2.*
 P: *Vocês estão empatados?*
(situação 6)
 Mar: *Vai Ra. Dá um jeito de conseguir 29!!! Vai, feito aqui, 1, 2, 3, 4, 5 pontos.*
 Ra: *(joga um dado de cada vez) 3, 3, ah!!! Não dá pra chegar (último dado é o 2). 6 x 2, 12....5, 10, 15*
 Gab: *Dá pra ganhá 2 pontos*
 Mar: *Dá nada!*
 Gab: *(insiste) Dá pra ganhá 2 pontos.*
 Mar: *3 + 3 – 2.*

Ra: (anota os pontos)

P: *Quem conseguiu o 4?*

Gab: *Eu consegui pra ele! Eu que consegui 4 pontos.*

Mar: *Ah! Você....eu consegui. $3 + 3 - 2$*

Gab: *Ah! Eu pensei que ela tava perguntando quem conseguiu os 4 pontos. (lança os dados – 3, 4, 5)*

Gab: *$8 + 8, 16 \dots 32.$*

Mar: *Vai logo Gab, faz 4×5*

Gab: *$12 \times 5 \dots$*

Mar: *Você vai ganhar 1 ponto. Vai logo Gab!*

P: *O que que você fez? 12 vezes 5?*

Gab: *O que que eu fiz? É $12 \times 5, 3 \times 4 \times 5 \dots 60$*

(situação 5)

Mar: *Bom, agora tem que ser o 29....*

P: *O 29 tem algum prêmio especial?*

Gab e Mar: (juntos) *Tem olha, 1,2,3,4,5, 6 pontos.*

Mar: *Fica olhando eu conseguir agora! 4, 5...Hum... (lançando um dado de cada vez – 4, 4, 1)*

P: *Quanto você tinha que tirar pra conseguir o 29?*

Mar: *2, não... Não sei!*

Gab: *Eu posso tirar 5, 6 e 1*

P: *5, 6 e 1?*

Gab: *É 5×6 é 30, menos 1....*

Mar: *Vou chegar no 20. Eu consigo chegar no....Nossa: $4 \times 1 - 4$, posso chegar no zero, faço 3 pontos....Three points.*

Gab: (lança os dados) *Os números estão bons....*

(os dados são mexidos. Ra sugere que Gab jogue os dados novamente – 4, 4, 6)

Mar: *Dá pra ganhar uns 2 imprestáveis pontinhos....*

Gab: *Ah, eu chego no 28, se tivesse 5 eu chegava no 29.*

Gab: *Esse é um jogo muito de sorte.*

Mar: *É, por isso que eu sou sortudo! Mas tem muito de cálculo matemático também, não adianta nada tirar bons números se não sabe aproveitar com uma boa conta!*

P: *Vamos lá Gab, pensa aí! Tem várias maneiras.*

Mar: *$4 + 4, 8 \times 6 \dots$*

(situação 7)

Gab: *48*

Mar: *Olha lá, com o 48 você ganha muito ponto.*

Mar: *Vai no 31. Ô no 31 você ganha 4 pontos. Será que você chega no 31?*

Gab: *Eu vou tentar....*

Mar: *Dá pra ganhar 4. Faz $16 \times 6 \dots$ Não, vai passar...Faz então,Já sei eiiii*

Gab: *$6 \times 4, 24 \dots 6 \times 4$ é 24, não é? Será que eu não chego no 43? E se eu chego no 43, onde eu marco?*

P: *Não dá pra marcar o 43, não tem. Por que será?*

Gab: *Não sei...Acho que é porque não dá pra conseguir.*

Mar: *Vai logo cara. Faz $4 + 4 + 6.$*

P: *Não tenha pressa...pense, dá pra ganhar ponto?*

Mar: *Dá pra ganhar....*

Gab: *Então qual é?*

Mar: *Não dá. Não sei, tem que dá.*

P: *Dá Ra? (Ra fica pensando e não responde)*

Mar: *$4 \times 4, 16 \dots 16$ dividido por....não, $16 + 6, 16 - 6, 16 \times 6.$ Faz aí 16×6*

Mar: *Se você chegar no 55 ganha 2 pontinhos.*

Gab: *Mas dá pra chegar no 55?*

Mar: *Dá! 16 x 6...Faz pra você ver quanto vai dar...*

Gab: *Já fiz, é 96.*

Mar: *Opa...foi mal! Então faz em qualquer lugar, vai!*

Gab: *4 dividido por 4 é 1, 6 - 1, 5.*

Gab: *Agora o 31 também ficou valioso, não?*

Mar: *Não deixa ele roubar, hein? (Dirigindo-se à pesquisadora)*

(situação 8)

Mar: *(lança os dados) 6, 4 e 5.*

Gab: *Dá pra ganhar um ponto*

Mar: *Não dá!*

Gab: *Dá. Tem outra coisa, Mar. Vai no 6. (pensando em $5 - 4 \times 6$)*

Mar: *Como você vai chegar no 6?*

Gab: *$1 + 1$ é igual à 2, vezes 3....(risos)*

Gab: *Posso usar a calculadora na vez dele?*

Mar: *Eu consigo chegar no 36....no 44. 9, 18, 27, 36, 45. Cara o 54 também era uma boa!*

Gab: *Tenta chegar no 24. 24 é um múltiplo de bastante coisa, né?*

Mar: *Ah não dá.*

Gab: *Então coloca no 45.*

Mar: *É, eu vou colocar no 45, vai. (jogada errada. Não é possível chegar no 45, o erro passou despercebido pelos jogadores e pesquisadora)*

Gab: *(Lança os dados) Agora um 6....Cheguei no 29! He he, no número sagrado olha aqui, ó!*

Gab: *30, menos 1....29. Vou ganhar, ó....1,2,3,4,5,6, é (repete). Que lavada, Mar.*

Gab: *Agora o número sagrado virou 31.*

Mar: *(lança os dados - 6, 4, 5)*

Gab: *Olha, aí também dá pra chegar em 29....Dá pra chegar....Eu roubei o lugar dele, olha! 6×4 , é igual a quanto? Olha....12, 24...24 mais 5, ele ia chegar no 29....*

Mar: *Tem como ganhar 2 pontos....No 44, $6 + 5 \times 4$*

Gab: *É, $6 + 5 \times 4$Coloca!*

Mar: *Não, peraí....deixa eu ver. 6, 12, 18....*

Gab: *6×5 é quanto?....É vai dá no 29.*

Ra: *É 30!*

Mar: *Peraí, 30, 31, 32, 33....*

Ra: *É, eu também já tinha feito isso!*

Mar: *Ah, 34.*

Gab: *É! É bom, porque empata.*

Mar: *É, empata*

Gab: *Ó, vou tirar o mesmo número, hein? (lança os dados)*

Mar: *Não vai ganhar nada....*

Gab: *Não, só 3 pontos. 3×3 , 9...menos 1*

Mar: *Não, deixa que eu jogo, vai....Você não tem sorte Ra....Vai, joga logo, então.*

Ra: *(se recusa)*

Mar: *(insiste) Vai, joga logo....Vai....*

Mar: *10, 20....*

(o jogo é interrompido pela professora-orientadora, pois o horário acabou / fim da sessão....)

(situação 9)

Gab: *Ganhei, ó! Você precisava de 3 pontos pra me alcançar e você não vai conseguir....*

Mar: *Não, não vale....eu queria jogar mais. Não vale, tinha que acabar antes o nosso jogo, porque a gente tava ganhando....O dado não ajuda em nada, depende também de quanto a gente tira.*

(os alunos começam a se preparar para ir embora e guardam o material....vão até outros grupos e começam a perguntar quem ganhou, perguntam no G2)

Gab: *Quem ganhou aí?*

Isa: *Eu!*

Gab: *É que no nosso se eu conseguisse fazer no 29, ganhava 6 pontos, né...*

Jo: *Ah, no meu era o trinta e....33.*

Gab: *A gente era 29, e daí eu tirei 30, menos 1, 29!*

No jogo descrito acima pode-se identificar inúmeros elementos de análise que foram emergindo das situações de jogo e intervenção pedagógica. Identificamos, a seguir, as situações e a unidade de análise predominante que poderia caracterizar cada situação.

Nota-se que, no acompanhamento das jogadas, a pesquisadora intervêm levantando questões, tais como: “Então quer dizer que você quer ganhar 2 pontos?”, “Como 24? 6×3 dá 24?”, “Vocês estão empatados?”. Considerando as formas por meio das quais as crianças se relacionam com a aprendizagem, Macedo (1994) acentua a vantagem do educador saber observar, deixar a criança falar, não desviando nem confundindo o que ela própria pensa. Ao mesmo tempo é esperado que o educador não descarte sua responsabilidade no processo. Saber perguntar, o que problematizar no contexto dos conteúdos é essencial, além de saber quais atividades valorizar.

Logo no início do jogo, na **situação 1**, percebeu-se a preocupação dos jogadores em fazer pontos, arriscar uma jogada, embora com o objetivo de não facilitar para o adversário. Desta forma, Mar e Ra buscaram a melhor jogada a fim de diminuir a chance do adversário conseguir pontos, no caso, Gab.

Mar: *Mas aqui ele não vai pegar 2 pontos...Aqui no 28, pra ele chegar é meio dificinho...*

Ra: *Não se você colocá aqui, se ele jogar e conseguir 29 ele vai ter dois pontos.*

Mar: *É, é assim, tem que arriscar....Eu fiz $4 \times 1 - 1$, $4 \times 1 - 3$*

Esta **situação de ataque/defesa** caracteriza um jogo de estratégia, onde foram coordenados diferentes aspectos envolvidos na situação de jogo. Os jogadores se preocuparam em fazer uma boa jogada, entretanto estavam atentos às possibilidades de acerto do adversário, antecipando as possíveis jogadas e pontos. Vinculavam sua jogada ao possível desempenho do adversário numa próxima jogada e buscavam reduzir as possibilidades do adversário.

Na **situação 2**, a pesquisadora foi interrompida por outro grupo que estava interessado em aprender o jogo. Mar, sujeito do G1, demonstrava interesse ao afirmar que: Mar: *É super legal o joguinho, vocês vão gostar....* Esta foi uma das unidades de análise observadas durante as situações

de jogo: **o lúdico e o interesse**. Como Mar, os outros sujeitos puderam demonstrar seu interesse em muitos outros episódios, pedindo à pesquisadora para continuarem a jogar nas próximas aulas.

Na **situação 3**, Gab buscou operar com os números 4, 4 e 3. Ele fazia **previsões e antecipações**, dentro do contexto do jogo, considerando os números que já haviam sido marcados:

Gab: *Eu quero chegar em 24...*

Gab: $7 \times 4, \dots 28$

Mar: *Opa, 28, não!*

Gab: (comemora)

P: *Como é que é?*

Gab: *Aqui ó, $4 \dots 4 + 3 \times 4, 14, e 14, 28$. Ponto! Marca aí, 2 pontos pra mim...*

Verificou-se o investimento dos sujeitos na busca da solução do problema que se apresentava, buscando encontrar ou construir procedimentos de solução. Na construção de procedimentos, observou-se o estabelecimento de relações que pudessem favorecer os resultados, recorrendo a informações disponíveis, realizando antecipações.

Nesta mesma situação, observou-se a estratégia de cálculo mental utilizada por Gab para fazer $4 + 3 \times 4$, ou seja, 7×4 , ele fez: 7×2 , que é 14, vezes 2, novamente, 28. Gab fatorou 4 em 2×2 e fez $7 \times 2 \times 2$, já que dobrar é muito mais fácil (comum) que multiplicar por 4. Da mesma forma, Mar e Gab, na **situação 4**, efetuaram os cálculos mentalmente fazendo adições de parcelas iguais:

Gab: Lança os dados (5, 3 e 1)

Mar: $5 \times 3, 5, 10, 15 + 1 \dots$ (adições de parcelas iguais)

Gab: *No 29...*

Mar: *Você não vai conseguir Gab.*

Gab: *Hã...Pode usá a calculadora?*

P: *Não.*

Gab: $6 + 6 \dots 12, 18$ (adições de parcelas iguais)

Mar: *Que $6 + 6$, onde se vai meu amigo?*

Gab: *18*

Mar: $6 \times 3, Gab$

Gab: *Então... 18!*

Mar: *O máximo que você vai chegá é $6 \times 3, 18$ é o máximo, cabô é o máximo* (estratégia de cálculo mental – determinação do número máximo)

Gab: *É nada, eu posso chegá no 20*

Mar: *É... beleza...*

Gab: *De repente chegar num número muito alto não é alguma coisa má*

As estratégias utilizadas na realização dos cálculos constituíram os **procedimentos de resolução de problemas** de jogo. Buscar uma estratégia para resolver um cálculo mentalmente, durante uma situação de jogo, representa resolver a situação-problema que o desafia.

Na **situação 5**, observaram-se as **antecipações/previsões** realizadas pelos sujeitos:

Mar: *Bom, agora tem que ser o 29....*

P: *O 29 tem algum prêmio especial?*

Gab e Mar: (juntos) *Tem olha, 1,2,3,4,5, 6 pontos.*

Mar: *Fica olhando eu conseguir agora! 4, 5...Hum... (lançando um dado de cada vez – 4, 4, 1)*

P: *Quanto você tinha que tirar pra conseguir o 29?*

Mar: *2, não... Não sei!*

Gab: *Eu posso tirar 5, 6 e 1*

P: *5, 6 e 1*

Gab: *É 5×6 é 30, menos 1....*

A própria ação no jogo demonstrou esse aspecto. Os sujeitos não jogaram os dados juntos, o que os incentivou a fazer previsões, conforme se observou na **situação 6**:

Mar: *Vai Ra. Dá um jeito de conseguir 29!!! Vai, feito aqui, 1, 2, 3, 4, 5 pontos.*

Ra: (joga um dado de cada vez) *3, 3, ah!!! Não dá pra chegar (último dado é o 2). 6×2 , 12....5, 10, 15*

Gab: *Dá pra ganhá 2 pontos*

Mar: *Dá nada!*

Gab: (insiste) *Dá pra ganhá 2 pontos.*

Mar: *$3 + 3 - 2$.*

Ra: (anota os pontos)

A conclusão apresentada por Ra foi antes mesmo que ela jogasse o terceiro dado. Perceber que 3 e 3, já não produziria o número desejado (29), implicava na realização da análise de possibilidades e exclusão de alguns casos (generalização). Esta análise foi facilitada pelo fato de 29 ser um número primo, reduzindo as possibilidades de cálculos.

A análise dos resultados mostrou aspectos relacionados à **interação social**. Na **situação 7**, verificou-se que Mar jogava “contra”, entretanto auxiliava Gab na análise de possibilidades de jogo, a fim de fazer uma melhor jogada. Por outro lado, a pesquisadora chamou a atenção de Ra para que participasse da discussão matemática.

Gab: *48*

Mar: *Olha lá, com o 48 você ganha muito ponto.*

Mar: *Vai no 31. Ô no 31 você ganha 4 pontos. Será que você chega no 31?*

Gab: *Eu vou tentar....*

Mar: *Dá pra ganhar 4. Faz 16×6 ...Não, vai passar...Faz então,Já sei eiiii*

Gab: 6×4 , 24... 6×4 é 24, não é? Será que eu não chego no 43? E se eu chego no 43, onde eu marco?
P: Não dá pra marcar o 43, não tem. Por que será?
Gab: Não sei... Acho que é porque não dá..
Mar: Vai logo cara. Faz $4 + 4 + 6$.
P: Não tenha pressa... pense, dá pra ganhar ponto?
Mar: Dá pra ganhar....
Gab: Então qual é?
Mar: Não dá. Não sei, tem que dá.
P: Dá Ra? (Ra fica pensando e não responde)
Mar: 4×4 , 16....16 dividido por....não, $16 + 6$, $16 - 6$, 16×6 . Faz aí 16×6
Mar: Se você chegar no 55 ganha 2 pontinhos.
Gab: Mas dá pra chegar no 55?
Mar: Dá! 16×6 ...Faz pra você ver quanto vai dar...
Gab: Já fiz, é 96.
Mar: Opa...foi mal! Então faz em qualquer lugar, vai!
Gab: 4 dividido por 4 é 1, $6 - 1$, 5.

Neste episódio, observou-se que Gab foi capaz de corrigir Mar em várias situações. A maioria das **análises de erros e avaliação dos resultados** ocorreram em episódios de discussão matemática efetuadas entre os próprios sujeitos. Os dados mostraram que, em muitas situações, os erros deixaram de ser percebidos, até mesmo, pela pesquisadora (**situação 8**):

Mar: (lança os dados) 6, 4 e 5.
Gab: Dá pra ganhar um ponto
Mar: Não dá!
Gab: Dá. Tem outra coisa, Mar. Vai no 6. (pensando em $5 - 4 \times 6$)
Mar: Como você vai chegar no 6?
Gab: $1 + 1$ é igual à 2, vezes 3....(risos)
Gab: Posso usar a calculadora na vez dele?
Mar: Eu consigo chegar no 36....no 44. 9, 18, 27, 36, 45. Cara o 54 também era uma boa!
Gab: Tenta chegar no 24. 24 é um múltiplo de bastante coisa, né?
Mar: Ah não dá.
Gab: Então coloca no 45.
Mar: É, eu vou colocar no 45, vai. (jogada errada)

Situações como essa podem ocorrer na sala de aula normal, mesmo porque são muitos alunos jogando ao mesmo tempo, o barulho é bastante intenso, as jogadas são extremamente rápidas e, às vezes, uma intervenção pode perder o sentido, se não for feita na hora, imediatamente após ocorrer o erro. Na verdade, os sujeitos se perderam na discussão matemática processada e na **análise de possibilidades** e a pesquisadora não esteve atenta ao fato ocorrido.

Além disso, mostrou-se nesta situação descrita o **resgate/aplicação de conceitos anteriormente adquiridos**. Quando Gab analisou que 24 era um número mais fácil de se obter

que 29, justificou esse argumento através de um conceito já de seu conhecimento prévio: multiplicidade. Como ele próprio afirmou, “24 é múltiplo de muita coisa, o que é mais fácil de se obter”. Esta situação mostra o quanto que o jogo propicia a constatação e o crescimento de conceitos.

Verificou-se, na **situação 9**, que os sujeitos foram capazes de constatar o aspecto aleatório do jogo e o prazer em obter o número desejado, aqueles que eles, muitas vezes, foram capazes de prever, definindo-o como “o número sagrado”.

Gab: Ganhei, ó! Você precisava de 3 pontos pra me alcançar e você não vai conseguir....

Mar: Não, não vale....eu queria jogar mais. Não vale, tinha que acabar antes o nosso jogo, porque a gente tava ganhando....O dado não ajuda em nada, depende também de quanto a gente tira.

(os alunos começam a se preparar para ir embora e guardam o material...vão até outros grupos e começam a perguntar quem ganhou, perguntam no G2)

Gab: Quem ganhou aí?

Isa: Eu!

Gab: É que no nosso se eu conseguisse fazer no 29, ganhava 6 pontos, né...

Jo: Ah, no meu era o trinta e....33.

Gab: A gente era 29, e daí eu tirei 30, menos 1, 29!

Devido à quantidade de episódios que poderiam ser destacados, tanto do G1 quanto do G2, onde as várias unidades de análise estão presentes, optamos por analisar, separadamente, cada uma das que foram selecionadas como relevantes para esta pesquisa, que considera os aspectos envolvidos na realização de atividades de jogo em um contexto normal de sala de aula.

A seguir, são analisadas as nove unidades de análise destacadas no Capítulo IV, quais sejam: Previsão/antecipação no jogo: levantamento de hipóteses e justificativas - construção de estratégias; Jogo de estratégia: situações de ataque/defesa - coordenação de diferentes aspectos da situação de jogo; Procedimentos de resolução de problemas do jogo; Avaliação dos resultados: reconhecimento de “erros” e tentativas de superação - tomada de consciência; Sistematização dos conceitos matemáticos trabalhados/identificação das situações de aplicação dos conceitos já construídos pelos sujeitos; Análise de possibilidades no jogo - construção dos possíveis; Interação social; O lúdico e o interesse e os registros do jogo e situações-problema.

D) Previsão/antecipação no jogo: levantamento de hipóteses e justificativas, construção de estratégias;

A característica do Contig 60[®] como um jogo para dois jogadores, ou uma dupla de parceiros contra outra dupla, foi ressaltada, já que, nas situações de jogo observadas foi possível aos jogadores realizarem a previsão, antecipação do jogo, ou seja, os jogadores foram capazes de prever as possibilidades de jogadas dos seus adversários e, em função disso, foram capazes de prever como o jogo retornaria para eles.

Durante as sessões com o jogo Contig 60, foi possível observar que os sujeitos estabeleceram relações espaço-temporais, como assinalados em Macedo et al. (1997), quando: identificavam os números obtidos nos dados e necessitavam operar (ação), trabalhavam com as relações entre as jogadas anteriores, criavam possibilidades de operações distintas (retroação) e antecipavam o que podia ocorrer com as jogadas dos outros jogadores, com as suas próprias e as conseqüências da jogada a ser realizada, integrando presente e futuro (proação). Verificou-se a partir de tais relações, que esse jogo apresentou possibilidades ao estímulo do desenvolvimento do raciocínio e da aprendizagem do conteúdo escolar. Esse é um aspecto escolar que necessita ser observado pelos educadores em geral. Até que ponto as situações escolares desencadeadas na maioria das escolas atualmente, permitem espaços para que “relações novas” e “conceitos novos” sejam construídos? As situações com jogos, como o Contig 60[®], possibilitaram a construção de procedimentos pessoais de cálculo mental, o que propiciou a criação “do novo” pelo próprio aluno. Esse é o lado criativo no jogo de regras, o momento em que as estratégias são definidas pelos sujeitos.

Os dados mostraram que o desejo de se obter “o número sagrado” era tão grande, que se criava um “suspense” em torno da jogada e os sujeitos jogavam os dados 1 à 1, o que implicou, às vezes, no estímulo pela pesquisadora em analisar a possibilidade de obtenção do número desejado a partir do que iam obtendo, como podemos observar no episódio descrito abaixo:

No G2, Jo contra Isa:

Jo: *Quero o 33, $5 \times 6 + 3$ (joga os dados – 5, 2, 1)*

Jo: *35, ó.*

Isa: *Onde Jo? Dá 11.*

Jo: *5 – 2, 3...mais 1, 4*

Isa: *Como é que é?*

Jo: *5 – 2, mais 1, 4, mais um ponto pra eu!*

Isa: *Um ponto é?...Tá ganhando....(joga os dados – 6, 5, 4)*
 Jo: *Ah, dá 34.*
 Isa: *Yes,...34*
 Jo: *Olha agora, se eu pôr no 33, ó!!!*
 P: *Quanto eu tenho que tirar pra dar 33?*
 Jo: *6, 5 e 3...6 + 5 x 3*
 P: *Ou?*
 Jo: *6, 6 e 3. 6 x 6 - 3*
 Jo: *É mais fácil tirar 6, 5 e 3*
 P: *Por quê?*
 Jo: *Porque em vez de 6 é o 5!*
 P: *Você acha? Será que a probabilidade não é a mesma?*
 Jo: *Não sei!30!*
 P: *Que conta você fez?*
 Jo: *5 + 1 = 6...vezes 5 = 30*
 Isa: *(joga os dados – 3, 4, 1) Ganhei um ponto só, mas....(coloca no 17)*
 P: *Como você fez 17?*
 Isa: *3 x 4, 16...+1*
 Jo: *3 x 4, não é 16! É 12...*
 Isa: *Ah é, 4 x 4 que é 16...É, 3 + 1 = 4...vezes 4, 16*
 Jo: *Agora eu vou conseguir no 33! (joga 1 dado somente e cai 4)*
 Jo: *Não dá!*
 P: *(Para o jogo) Por que não dá? Por que que caindo 4 você sabe que não dá mais?*
 Jo: *Não dá....Acho que não dá, não sei*
 P: *O que vocês acham...que só com um 4, dava 33? Pra fazer vezes daria?*
 Isa: *33, não dá pra dividir por 4*
 P: *Pra fazer mais daria?*
 Jo: *6 + 4...são 10...não dá.*
 P: *Pra fazer menos 4, que número menos 4 dá 33?*
 Jo: *37, não dá pra conseguir com 2 dados*
 P: *Então?*
 Jo: *Com 4, não dá pra conseguir o 33. (lança os outros dados – 2, 2)*
 Jo: *Não dá....4, 2, 2. (Jo coloca no 1)*
 P: *O que você fez?*
 Jo: *4: 4, 1.*

Nota-se neste episódio o quanto a antecipação estimulada pela pesquisadora propiciou a análise de possíveis jogadas que, provavelmente, não teriam ocorrido, se o sujeito tivesse jogado os 3 dados simultaneamente. A intervenção realizada auxiliou os sujeitos a deduzirem um raciocínio de forma sistematizada, e não apenas como uma proposta informal. Dizer somente que tirando 4, “*acho que não dá*”, representa trabalhar com a noção que permeia a situação-problema do jogo. Analisar o porquê desta afirmação, confere um trabalho de desencadeamento do conceito, culminando na conclusão sistematizada pela impossibilidade de realização da jogada (obtenção do 33). Além disso, percebe-se a confusão empregada por Jo ao afirmar que tirar o

número 5 era mais fácil que 6, ignorando a igualdade de chances (probabilidade). Na verdade, esse fator aleatório influenciou muito nas estratégias adotadas pelos sujeitos.

Em muitas situações escolares, os professores realizam questionamentos aos seus alunos e estes se limitam a dar respostas do tipo sim ou não e o professor pouco se importa com o argumento a favor ou contra a questão, pela dificuldade de intervenção ou pelo pouco tempo de que dispõe ou, ainda, pela ansiedade de que os alunos aprendam. A importância da intervenção pedagógica é justamente despertar o interesse dos alunos para buscarem as justificativas para as hipóteses que formulam, investigando e produzindo conhecimento.

Verificou-se, também, durante as situações de jogo com o Contig 60[®], uma persistência do sujeito em encontrar sempre um melhor resultado, ou seja, uma análise constante de novas jogadas a fim de definir a melhor, o que Macedo et al. (1997) valoriza como um processo de investigação no jogo: “*Ao persistir o jogador acaba também desenvolvendo uma atitude de pesquisa: criando um procedimento, corrigindo-o e aperfeiçoando-o até encontrar respostas às questões formuladas.*” (Macedo et al,1997:p.26).

Nas situações observadas durante o jogo Contig 60[®], as antecipações e planejamentos eram definidos a partir das jogadas dos adversários, como também, definidas considerando a aleatoriedade presente ao jogar os dados. Esta aleatoriedade fez com que, em alguns momentos, os sujeitos optassem por distribuir mais as fichas pelo tabuleiro, no início do jogo, a fim de aumentar as possibilidades de jogadas. Esta estratégia foi observada nos dois grupos de sujeitos.

As antecipações se confundiam, muitas vezes, com “desejos” apresentados pelos sujeitos de obter os números que consideravam “sagrados”. Conforme podemos observar no episódio descrito (foi numa das primeiras jogadas no G2):

Jo jogava contra Isa

Jo: *Agora eu quero conseguir bem no 8!*

P: *Quanto você tem que tirar pra conseguir o 8?*

Jo: *5, 2 e 1*

P: *5, 2 e 1. Que conta que você ia fazer?*

Jo: *De mais...*

P: *E se for pra usar a multiplicação? Só multiplicação...usando 2 multiplicações...*

Jo: *2 x 2 x 2*

Jo: *(lança os dados – 3, 5, 4)*

P: *E com isso daí que você tirou, consegue 8?*

Jo: *Ah.....Não dá 8! Dá 2.*

A antecipação no jogo foi estimulada no diálogo com a pesquisadora. Nas situações iniciais, observou-se que os sujeitos ainda evitavam a utilização da subtração, pois, nesse caso, Jo poderia ter feito: $5 - 3 \times 4$, obtendo 8. Com o decorrer do jogo, verificou-se que os sujeitos foram capazes de criar diferentes possibilidades de jogadas, combinando mais as operações e criando novas alternativas de jogadas. A antecipação passou a ser uma estratégia adotada pelos próprios jogadores, não necessitando ser estimulada pela pesquisadora.

As intervenções pedagógicas realizadas pela pesquisadora incentivavam a previsão de jogo. Foi durante a previsão de jogo que muitas estratégias ou mesmo conceitos matemáticos puderam ser trabalhados. Um bom jogo de estratégia é aquele que possibilita que ocorram as previsões e antecipações.

A discussão matemática entre sujeitos também pode representar um fator “disparador” para a análise e previsão de jogo. A seguir, descreve-se uma situação ocorrida no G2, onde a antecipação é incentivada pela própria competição presente no jogo:

Isa e Ju jogavam contra Mari e Jo. Os números 0, 1, 2, 3 do tabuleiro estavam preenchidos.

Isa e Ju: (se preparam para lançar os dados)

Jo: *Vai tira um número bem impossível aí, hein?*

Ju: *Não tem como.*

Jo: *É, e se você tira tudo 1, como é que você faz aí?*

Ju: *Como é que eu faço? Ah....(risos)*

O desejo de que as adversárias não conseguissem jogar, propiciou essa previsão do jogo por Jo. Ele foi capaz de identificar uma possibilidade que respondesse à hipótese que havia levantado, apesar da desconfiança de Ju que, provavelmente, estava trabalhando com o caráter aleatório do jogo, o que lhe conferia muitas possibilidades, mas Jo respondeu ao seu desafio, argumentando sua hipótese.

Verificou-se que os sujeitos, com o decorrer das jogadas, passaram a elaborar suas próprias antecipações com o objetivo de facilitar a jogada, caso o número que saísse tivesse sido pensado anteriormente. Alguns sujeitos tiveram dificuldade em lidar com as hipóteses, como no caso de Mari, nesta antecipação:

(31 era um bom número para a próxima jogada...)

P: *Vamo lá, vamos pensar, quanto vocês teriam que tirar pra dá 31?*

Isa: *Ih! 5 x 6...Pode ser, 6, 5, 1*

P: *Isso, que mais?*

Jo: *5, 5, 6*

P: *Isso, 25 com mais 6, 31. O que mais?*

Mari: (dirigindo-se à pesquisadora) *P. não vale fala!*

P: *Nós só estamos analisando, precisa ver o que vai sair no dado. O que mais?*

Mari: *É, mais assim você tá ajudando elas!*

Ju: *6, 6, 5...6 x 6, 36, menos 5, 31.*

P: *Isso...Vamos ver se sai algum desses casos.*

Mari apresentava bastante dificuldade em lidar com o fator aleatório do jogo. Às vezes insistia em fabular, imaginando que possuía para operar números que não faziam parte da sua jogada, ou mesmo, como na situação anterior, antecipar o jogo ou pensar sobre possibilidades era muito fora da situação real, sendo que Mari preferia pensar e discutir numa situação de jogo “concreta”, sem a análise de possibilidades.

Os resultados mostraram que os sujeitos puderam, a partir das antecipações ou mesmo análise e previsão de jogadas, elaborar hipóteses sobre o jogo, estabelecer regularidades, construir estratégias e testá-las. Todos esses aspectos relacionados, cabe acentuar, contribuíram para o processo de conceitualização matemática no jogo, já que o conceito se encontrava implícito na ação do jogo e na elaboração das estratégias.

As situações de previsão e/ou antecipação propiciaram aos sujeitos momentos de imaginação e abstração no jogo, na medida em que, ao antecipar uma jogada, o sujeito imaginava como o jogo poderia estar no momento em que realizaria a próxima jogada, o que significa “jogar fora do objeto do jogo”. É o pensamento independente do objeto, implicando em abstração.

No geral, foram muitas as estratégias criadas pelos sujeitos, a partir da antecipação nos jogos: distribuir mais as peças no tabuleiro, no início do jogo, a fim de aumentar as possibilidades de pontuação; fazer a análise sempre dos valores máximos e mínimos possíveis para efetuarem a jogada, limitando suas possibilidades; registrar cálculos anteriormente previstos para que, caso obtivessem nos dados os números desejados, já dispusessem de uma possível solução; coordenar as duas formas de vencer o jogo, buscando atrapalhar os adversários em suas jogadas (marcação de pontos e construção da coluna); elaborar estratégias de cálculo mental cada vez mais depuradas, enriquecendo as jogadas e fazer suas próprias previsões e/ou antecipações, ao

perceberem o quanto este procedimento de análise auxiliava na resolução das situações-problema de jogo. Conforme pontua Petty (1995):

“Quando joga, a criança descobre a importância de valorizar a antecipação, o planejamento, o pensar antes de agir. Por sentir-se desafiada, aprende a persistir, aprimora-se e melhora seu desempenho, não mais apenas como uma solicitação externa, mas principalmente, como um desejo próprio de auto-superação, porque quer ganhar a partida.” (Petty,1995:p.5)

II) Jogo de estratégia: situações de ataque/defesa – coordenação de diferentes aspectos da situação de jogo:

Conforme discutimos anteriormente, o Contig 60[®] é um jogo de estratégia, o que implica em situações competitivas, onde os sujeitos são limitados em suas ações, tanto pelas regras que compõem o jogo quanto pelas jogadas dos adversários, isso tudo combinado com o fator aleatório que se faz presente nesse jogo.

Nas situações de intervenção com o jogo Contig 60[®], observou-se uma preocupação constante dos parceiros em impedir que os adversários fizessem muitos pontos. Por exemplo:

Isa e Ju: (lançam os dados – 6, 3, 3) *Ihhhh!*

Jo: 36.

Mari: *12! Dá 12 P.*

P: *Dá 12, mas pode ter outra conta.*

Mari: *Olha aqui, o 12 dá um ponto! Coloca.*

P: *Será que elas querem só um ponto?*

Jo: *Eu sei um jeito! Mas não vou falar.*

Isa: *Só um ponto não! A gente quer mais.*

Ju: *15?*

P: *Como é que você chegou em 15?*

Ju: *3 x 3, 9, mais 6...15*

Mari: *Isso, Ju! Parabéns.*

Jo: *ô Mari de que lado você tá jogando, hein? Assim a gente não ganha!*

P: *Nesse caso são quantos pontos?*

Ju: *São dois, muito melhor que um.*

Isa: *Poderia ser no 6...6 + 3 – 3, daria 6*

P: *E também daria 2 pontos*

Isa: *Dá na mesma!*

Jo: *Eu tinha pensado no 15, mas de outro jeito...fazendo 3 x 6 – 3*

Mari: *Tá vendo? Você também tá ajudando...*

Conforme o episódio descrito, observou-se uma cobrança dos sujeitos quanto a não ajudar os adversários, repreendendo verbalmente o parceiro pelo auxílio. Na situação acima, Jo criou um certo suspense ao declarar que já tinha encontrado uma resposta melhor, mas que não iria contar. Esse tipo de desafio pode ser observado no decorrer de várias partidas. Isto implicou, algumas vezes, numa demora maior para a realização das jogadas, já que, quando um jogador buscava realizar uma boa jogada, se o adversário declarasse que tinha uma melhor, ou verbalmente, ou com gestos, o jogador ficava buscando “descobrir” qual seria aquela boa jogada e o adversário pressionava para “passar logo” a jogada.

Os dados mostraram que a busca constante por vencer no jogo tornava a competição acirrada. Foram várias as situações onde os jogadores necessitaram realizar análises mais aprofundadas sobre suas jogadas, a fim de vencer o adversário. Jogar aleatoriamente é sempre possível, mas, para aumentar as chances de vencer num jogo como esse, torna-se necessário refletir sobre suas situações, sobre as movimentações possíveis dos jogadores e de seus adversários. E mais, neste jogo, os sujeitos constataram rapidamente que da mesma forma que os adversários estavam sujeitos às determinações aleatórias, eles também estavam, o que indicava a necessidade de raciocinar até mesmo sobre o aleatório.

Portanto, fazer uma boa jogada implicava em analisar as possibilidades de jogadas, refletir sobre elas e tomar decisões, sempre correndo o risco que toda situação de jogo de estratégia oferece.

As situações de ataque e defesa começaram a surgir a medida em que os jogadores ficavam mais familiarizados com o jogo. As situações iniciais de jogo, onde os jogadores e os adversários se ajudavam na resolução das situações-problema, passaram a ser dominadas pelo desejo dos jogadores em vencer. Daí surgiram os momentos de ataque e defesa, onde os sujeitos desejavam que o adversário não fizesse uma boa jogada, a fim de que eles pudessem vencer, gerando situações de conflitos sócio-cognitivos.

As situações de pressão exercidas pelos adversários instigavam os jogadores a buscarem novas alternativas de jogadas, ampliando sua análise de possibilidades. Entretanto, algumas vezes os jogadores perdiam a paciência com os adversários:

Isa e Ju: (lançam os dados - 3, 6, 3)
 Ju: $3 \times 6 \dots 18$ e 18×3 ???
 P: *Quanto é? Como fazer essa conta?*
 Ju: $18 + 18 \dots$
 Isa: *Por que $18 + 18$?*
 Ju: *Porque 6×3 é quanto? $18 \dots$*
 Jo: *Vezes 3, é $18 + 18 + 18$.*
 Ju: *$18 + 18$ é... $36 \dots 36$ mais $18 \dots 40 \dots 44, 54$. Ehhh, eu cheguei no resultado! A gente ganha 2 pontos.*
 Jo: *Vai Ju, coloca ali, é uma boa jogada.*
 Ju: *Arrrrrr! Não sei.* (demonstra raiva do tom de ironia de Jo)
 Jo: *Então não coloca e deixa o 54 pra gente, daí a gente ganha 2 pontos e ganha!*
 P: *Você vai colocar no 54 Ju?*
 Ju: *Não sei.*
 Jo: *Faz sim, é a melhor jogada!*
 Isa: 9×3 ???. 27 (Isa e Ju continuam pensando)
 Jo: *Foi aprovado pelos Estados Unidos, é a melhor jogada, põe no 54. Vai Ju, faz essa.*
 Ju: *Cala a boca Jo, tenha a santa paciência!* (perdendo a paciência)

Observou-se a impaciência de Ju provocada pela atitude de Jo. Este episódio mostra como a competição pôde representar um fator determinante na tomada de decisão da jogadora. É possível ao jogador não se preocupar muito com o levantamento de hipóteses e definição de melhores possibilidades de jogadas, mas o fato de se expor diante do adversário o torna vulnerável a comentários e sugestões do adversário, o que implica numa necessidade e desejo por fazer uma boa jogada.

Na situação apresentada a seguir, Mar e Teo jogavam contra Gab e Ra. Mar insistia em montar a linha reta (coluna), enquanto seu parceiro estava preocupado em evitar que o adversário formasse a coluna:

(números sorteados: 6, 3, 2)
 Teo: $6 \times 6 \dots$
 Mar: *Não, vamo coloca no 8, ganha um ponto e ainda completa coluna, .. $6 + 3$ dá 9, menos 2, ah não...menos 2, dá 7.*
 Teo: *É melhor a gente por no 4...olha, eles já têm o 2, o 3 e o 6*
 Mar: *Não, vamo colocá no 7 mesmo pra depois completa coluna*
 Teo: *Aqui ó, $6: 3$ é $2 + 2, 4$*
 Mar: *Vai no 7 mesmo.*

O desejo de Mar de utilizar a segunda forma de ganhar o jogo (construção da fileira) foi tão grande que ele não avaliou a possibilidade de perder o jogo pelo mesmo motivo. Neste caso, o adversário (Teo) alertou-o sobre o fato, mas após a negociação, Mar insistiu em fazer a “coluna”. Houve uma coordenação de possibilidades entre o vencer e o perder, unido a um risco assumido

pela dupla de jogadores. Essa coordenação e tomada de decisões propiciaram um ambiente favorável à construção da autonomia dos sujeitos.

Portanto, infere-se que as situações de ataque e defesa que ocorreram no movimento do jogo podem ter impulsionado os sujeitos a um maior envolvimento e responsabilidade quanto às jogadas que realizavam, possibilitando uma análise de possibilidades de jogo mais criteriosa, um levantamento de hipóteses e uma tomada de decisões, assumindo os riscos que cada jogada pode oferecer e realizando previsões e antecipações das possíveis jogadas dos adversários e suas.

III) Procedimentos de resolução de problemas do jogo:

O instrumento utilizado como “disparador” das estratégias de resolução de problemas de cálculo mental foi o jogo. Consideraram-se na análise as concepções apresentadas anteriormente sobre jogo e resolução de problemas (Cap. II).

A análise das sessões mostrou que o jogo favoreceu as atividades de cálculo mental o que, por sua vez, incentivou a análise dos dados pelos sujeitos, o estabelecimento de relações e de significação numérica para os cálculos efetuados.

Segundo Parra (1996), o cálculo mental influi na capacidade de resolver problemas e favorece uma melhor relação do aluno com a Matemática, propiciando a articulação do que ele sabe com o que necessita aprender.

Os resultados mostraram os processos que envolveram o cálculo mental como um conjunto de procedimentos que visassem a resolução dos cálculos necessários no jogo. Alguns destes procedimentos consistiram na decomposição de uma operação complexa em duas ou mais operações mais simples, ou na inversão da ordem das operações. Segundo Gali apud Udina Abelló (1992), essas decomposições seguidas de composições, das operações, ensinam muito sobre a estrutura dos números e suas propriedades, pontuando que é muito difícil realizar tais ações sem essa estruturação.

Foram vários os episódios que demonstraram esta característica. No G1, por exemplo, discutiram-se três formas diferentes de se obter o número 3 (decomposição):

Gab: *Dá 6...Mas não é o 6, é o 3.*

Mar: *3: 1: 1*

Gab: *2 x 3: 2, 2 x 3 é 6...dividido por 2 é3, 2 x 6, dividido.....por 4, dá 3, tem um monte!*

Verificou-se que a busca por diferentes decomposições na obtenção dos números foi favorecida pela realização da primeira atividade de reconhecimento do tabuleiro de jogo. A atividade propiciou a percepção de que existiam muitas expressões diferentes para obter cada número, o que implicava na análise de possibilidades de jogadas e construção de procedimentos de resolução de problemas de jogo.

Durante as situações de jogo observadas, várias estratégias de cálculo mental foram sendo utilizadas, o que demonstrava uma certa habilidade de cálculo mental por parte de alguns sujeitos. A escolha de uma estratégia para resolver uma situação pôde ser influenciada pelas propriedades aritméticas “dominadas” por aqueles sujeitos. Por exemplo, na situação abaixo, no G2, jogavam Jo e Mari contra Isa e Ju:

Ju e Isa: (lançam os dados - 6, 4, 3)

Jo: 28, 36

Ju: 20 vezes 3 é...40,...60 (fazendo $20 \times 2 + 20$)

Mari: 60 é aqui ó Ju.

Isa: A gente ganha 3 pontos....Tá ótimo!

Ju: 6×4 ,...24, vezes 3...

Jo: Dá 72. Onde que ganha 3 pontos?

Ju: No 60.

P: Como é que você chegou no 60?

Ju: Quanto é 24 mais 48?

P: Como é que a gente poderia fazer essa conta mentalmente, de um jeito simples?

Ju: É...20 mais 40, 60, mais $4 + 8$, 12...60 + 12, 72.

P: Como é que você chegou em 60 aí?

Ju: $6 + 4$, 10×3 ...Ai, é 30 e não 60... 5×4 é 20....

P: Mas você não tem 5 aí.

Ju: É, eu sei, mas eu quero chegar no 6×4 , aí eu faço 5×4 mais 4, entende?... Então é 24. 24 vezes 3???

P: Como eu faço essa conta mentalmente?

Ju: $24 + 24$ é 48, $48 + 24$???

Jo: 72.

Observaram-se as estratégias de cálculo mental utilizadas por Ju para efetuar os cálculos com os números 6, 4 e 3. Ela realizou a composição e a decomposição do número para o cálculo mental:

- a) Para calcular 20×3 ela fez $20 \times 2 + 20$, utilizando um resultado mais simples de se obter mentalmente, que era o 20×2 (o dobro) para depois efetuar o mais 20;

- b) Para fazer $24 + 48$, propôs, ao ser desafiada pela pesquisadora, utilizar a soma das parcelas, decompondo os números: $(20 + 40) + (4 + 8)$ e operou, com uma propriedade aritmética, talvez bastante intuitiva aos sujeitos, a comutatividade. Em situações de resolução de situações-problema com cálculo mental, esta propriedade é muito comum de ser utilizada pelos alunos, antes mesmo de ser formalizada pelo professor;
- c) Para calcular 24×3 , retomou a soma de parcelas iguais: $24 + 24 + 24$. Esta estratégia, bastante comum para os cálculos mentais com multiplicação, foi utilizada abundantemente pelos sujeitos nesta pesquisa.
- d) E, finalmente, para calcular 6×4 , fez $5 \times 4 + 4$, ou seja, $4 \times (5 + 1)$, utilizando uma das propriedades mais importantes na aritmética, a propriedade distributiva.

A intervenção pedagógica verbal realizada pela pesquisadora, estimulou Ju a verbalizar a estratégia utilizada, propiciando, a ela, refazer seu próprio processo de raciocínio, chegando à tomada de consciência. Em situações de sala de aula, é importante valorizar este tipo de intervenção para que o aluno, ao analisar as suas próprias formas de raciocinar e representar, possa comunicar este processo através de uma linguagem, expor suas estratégias de resolução do problema, sendo capaz de fazer uma análise de seu próprio erro, caso seja necessário, socializando tais estratégias ao se comunicar com os colegas e os adultos sobre suas formas de pensar. Estes procedimentos representam passos para a generalização e sistematização de um conceito matemático.

Na situação descrita, as intervenções realizadas pela pesquisadora incentivaram esse processo de identificação e reflexão sobre o próprio processo de cálculo mental, colocando questões e desafiando o sujeito a justificar.

Os sujeitos mostraram nas situações de jogo com intervenções verbais, o uso das propriedades pertencentes ao conjunto dos números naturais. Utilizaram tanto nas situações com intervenções verbais, quanto nas situações posteriores de resolução de problemas do jogo. Nas discussões processadas, o elemento neutro da multiplicação (o número 1) foi objeto de reflexão, conforme a descrição abaixo, no G2 (Isa contra Jo):

Isa: (lança os dados – 6 , 5 , 1) *De novo esse 5...*

Jo: *Ah, deu 2 de novo!*

P: *Será que não dá 11 aí? 6 , 5 e 1*

Isa: *Não dá,...eu acho que não dá, porque 6 + 5 é 11, e esse 1? O que que eu faço com ele??? Não tem como.....*

P: *O que você pode fazer com esse 1?*

Jo: *Ah, eu sei!*

Isa: *Claro!Vezes 1.E não muda nada a conta!*

P: *Então, sempre que vocês quiserem efetuar um cálculo com o 1, é só lembrar que ele é um elemento neutro na multiplicação. Neutro, porque não muda....*

Isa sabia que $6 + 5 \times 1$, não alterava o resultado de 6×5 , mas, nas situações de jogo, esses conceitos necessitaram ser aplicados, o que, muitas vezes, dificultou o raciocínio. Quando ela ficou em dúvida, a intervenção verbal da pesquisadora, unida à intervenção do seu adversário dizendo (*Ah, eu sei!*), fez com que Isa acreditasse na possibilidade e tentasse buscar um resultado. Finalmente, a sistematização proposta pela pesquisadora buscou generalizar a propriedade, resgatando o conceito já trabalhado anteriormente.

Nas situações de jogo, observou-se muita resistência por parte de Mari, sujeito do G2. Ela apresentava desinteresse em jogar e insistia sempre em fazer apenas as adições. Entretanto, em alguns momentos, incentivada pela pesquisadora ou mesmo pelos colegas de jogo, foi capaz de resolver cálculos mentais com estratégias interessantes, como podemos observar na situação abaixo:

Jo e Mari jogam contra Isa e Ju

Jo e Mari: (lançam os dados – 5, 4, 5)

Mari: *14.*

P: *Tenta fazer outras operações Mari.*

Mari: *5×5 , $25...25 \times 4$ (Mari começa a fazer a conta no papel)*

Jo: *Não pode fazer...É na cuca!*

Jo: *25...*

P: *O que você tá fazendo Mari?*

Mari: *Um negocinho...a conta*

P: *Não, tenta fazer “de cabeça”*

Mari: (resmungando) *Ah não!*

P: *Que conta você quer fazer?*

Mari: *25×4*

P: *$25 + 4$, e você quer fazer a conta no papel?*

Mari: *25 vezes 4! (começa a pensar mentalmente, falando alto).... $4 \times 2...8,...80$, $4 \times 5....20$, 100 . Ah, mas a gente não vai ganhar nada....*

Na situação descrita, constata-se a resistência apresentada por Mari em realizar o cálculo mental. A questão da baixa auto-estima de Mari pôde ser observada em várias situações de jogo. Entretanto, ao ser incentivada pelos colegas e pesquisadora, Mari foi capaz de calcular 25×4 , utilizando uma estratégia de cálculo mental: $25 \times 4 = 20 \times 4 + 5 \times 4 = 80 + 20 = 100$.

A estratégia utilizada por Mari demonstrava um bom domínio sobre a estrutura do sistema de numeração e operação, pois foi capaz de decompor o número 25 em $20 + 5$ e, em seguida, utilizando a propriedade distributiva, fez $20 \times 4 + 5 \times 4$. Calcular mentalmente, desta forma, traz muito mais significação para a operação e coerência para o resultado, do que podem proporcionar os algoritmos, que parecem “mágicas”.

Os dados mostraram que, conforme os sujeitos iam se familiarizando com o jogo, começavam a experimentar outras operações e realizar novos desafios. A subtração e a divisão eram as operações mais desprezadas nas situações de jogo, conforme discutimos anteriormente. Entretanto, em muitas situações a utilização destas operações representavam soluções para grandes problemas. Além disso, a socialização no jogo conferiu mais dinamismo, desafiando os adversários, como na situação descrita abaixo:

No G2, Mari e Ju jogam contra Jo e Isa:

Mari e Ju: (lançam os dados - 6, 2, 3)

Mari: 6

Ju: *Quanto é 12×3 ? $12 + 12$ é 24...mais 12, ...42, não 36*

Mari: *Já tá no 36.*

Ju: *Eu queria por no 6.*

P: *Não dá pra você por no 6?*

Mari: $8 - 2$

Jo: *Eu sei um jeito de fazer 6!*

P: *Como é que você conseguiu 8? (Dirigindo-se à Mari)*

Mari: *Sei lá!*

Isa: *Não dá, você tem que tirar o 3.*

Ju: *Já sei!!! 6 dividido por 2...dá 3, mais 3, 6. Eu sou demais!*

A utilização da propriedade comutativa como facilitadora do cálculo mental foi resgatada pelos sujeitos do G1, como podemos observar no seguinte diálogo:

Teo: 3×4 , *aí o que der, vezes 2* (operando com os números: 3, 4, 2)

Mar: *Pode fazer mais fácil... 3×2 , 6...vezes 4, 24 (6, 12, 18, 24).*

Teo: *É, é o único modo que dá.*

Gab e Mar: *Não. Tem várias possibilidades.*

Mar, ao explicar como se jogava para Teo, que havia faltado na sessão anterior, demonstrou utilizar a comutatividade para facilitar os cálculos de multiplicação. Neste sentido, analisou que fazer $3 \times 2 \times 4$, nesta ordem, era mais fácil que fazer $3 \times 4 \times 2$. E, mesmo invertendo a ordem das parcelas, efetuou o cálculo da multiplicação pela soma de parcelas iguais (6,12,18 e 24 – somando sempre 6).

Outra estratégia identificada no G1, utilizada por Gab demonstrou uma grande habilidade com a estruturação do sistema numérico decimal, as operações e a inversibilidade das operações.

Mar e Gab: (lançam os dados: 5 , 6 , 4)

Gab: *Serve 50?*

Mar: *120...dá pra chegá?... 6 x 4?*

Gab: *12,...24*

Mar: *24 vezes 5...*

Gab: *120*

P: *Como é que é? Você quer chegar no 120?*

Mar: *Já chegamos*

P: *Como?*

Mar: *É...24 vezes 5*

Gab: *6 x 4...24, daí vezes 5...metade é 12, daí vezes o 10...é 120*

Gab desejava fazer 24×5 e, usando cálculo mental fez 24 dividido por 2, vezes 10, para multiplicar por 5. A utilização de estratégias de cálculo mental deste tipo, como se verificou, representaram passos importantes ao desenvolvimento do raciocínio algébrico. Perceber as relações e inversões que ocorrem nas operações, ou mesmo que a multiplicação por 10 e, em seguida, a divisão por 2 é mais fácil que a multiplicação por 5, prepara o sujeito para as relações algébricas que futuramente ele deverá dominar, no estudo das equações ou, mesmo, no cálculo de expressões algébricas e fatoração.

Em situações escolares é muito raro o professor desenvolver com os alunos estratégias deste tipo. Muitas vezes, tais estratégias passam despercebidas, pois os alunos simplesmente dão o resultado da conta, mas não expressam a maneira como realizaram o cálculo. Daí a importância da intervenção pedagógica, durante a situação de jogo, no sentido de resgatar, através de questionamentos e situações-problema com registros, os processos desencadeados e estratégias de resolução utilizadas. O trabalho com o cálculo mental em sala de aula de Matemática fica, muitas

vezes, prejudicado pelo não registro dos procedimentos e pela valorização dada, pelo professor, apenas ao resultado correto, sem se preocupar com a estratégia utilizada.

Nesta unidade de análise, procurou-se destacar as estratégias de cálculo mental mais comuns criadas pelos sujeitos da pesquisa na realização das situações de jogo e identificadas pelas pesquisadoras, através das intervenções verbais. Outras estratégias foram elaboradas a partir da realização da intervenção escrita (resolução de situações-problema escritas) e que serão analisadas posteriormente, nos registros de jogo e de situações-problema.

IV) Avaliação dos resultados: reconhecimento de “erros” e tentativas de superação - tomada de consciência;

Nas situações de pesquisa realizadas com o jogo Contig 60[®], pôde-se identificar as duas formas de “erros” apontadas por Macedo et al. (1997), erro no plano do “fazer” e erro no plano do “compreender”, definidas anteriormente no Capítulo II. Entretanto, a maneira como estas formas apareceram no jogo Contig 60[®] foi bastante sutil, na medida em que a análise das jogadas “erradas” ficou dificultada pela aleatoriedade de que o próprio jogo dependia. Isto é, quando o sujeito perdia o jogo, a justificativa recaía na questão da sorte em não ter tirado bons números e não na análise de possibilidades de jogadas que, muitas vezes, deixou de ser realizada, ou de uma decisão precipitada de jogada. Na maioria das vezes, os sujeitos se mostraram capazes de constatar o quanto suas análises de jogadas podiam interferir na questão aleatória do jogo. Entretanto, tal percepção foi possível somente depois da realização de várias jogadas.

Num episódio ocorrido no G2, Isa notou que não havia feito uma boa jogada, somente depois da intervenção da pesquisadora. Na verdade, como foi uma das primeiras situações de jogo que se desencadeou, os sujeitos ainda não apresentavam uma percepção muito clara das possibilidades de jogadas e cometiam “erros”, ou “jogadas mal feitas”.

Isa joga contra Jo

Isa: (joga os dados – 4 , 1, 1)

Jo: *Eu sei um que dá!*

Isa: *Não tem jeito mais...*

P: *Você tem o 0, o 2 e o 3, descobertos.*

Jo: *No 2 e no 3, você ganha 2 pontos e no zero, 3.*

Isa: *No zero não tem jeito...4 – 1 – 1, 2.*

P: Então, marcou quantos pontos?
Isa: 2
P: O que você tinha pensado, Jo?
Jo: 4: 1 – 1
P: Então daria...3. Também 2 pontos. No zero não deu mesmo, né?
Isa e Jo:(pensam) Não.
P: Não? 4, 1, 1 não dá zero?
Isa: Dividido por 2...
Jo: Dá 2.
Isa: Não dá
P: Tem certeza? Que expressão dá zero?
Jo: É um número menos ele mesmo...ou é um número vezes zero.
P: Eu não consigo um número vezes zero aqui?
Jo: Mas eu não tenho o zero no dado!
P: Como é que eu consigo o zero?
Isa: Um menos o outro igual...1 – 1 é 0, vezes 4....
P: Tá vendo? Deu zero!
Isa: Droga! Eu podia ter feito 3 pontos....

A jogada de Isa não foi ruim, entretanto havia uma melhor. O reconhecimento do erro, a partir da intervenção da pesquisadora, auxiliou os sujeitos a começarem a analisar melhor suas possibilidades de jogadas. Perceber que existia uma jogada melhor que poderia ter sido feita, favoreceu a uma análise de possibilidades mais depurada, criteriosa.

Além destas situações, ocorreram muitos episódios onde os sujeitos corrigiram as jogadas dos parceiros ou adversários. Muitas vezes, como na situação descrita abaixo, a correção de um erro de um parceiro pôde sugerir uma nova proposta de resolução para a situação-problema:

G2: Gab e Mar jogam contra Ra e Teo

Gab e Mar: (jogam os dados - 6, 5, 2)
Gab: 7 vezes 6....
P: Quanto é 7 vezes 6?
Gab: 7, 14, 21...
Mar: 28
Gab: 42!
P: 42?
Gab: É porque é o dobro de 21
Teo: Ele é o geninho da classe!
P: Não tem outra possibilidade melhor aí?
Gab: Tem que tentar....é só pensar...
Mar: 8 x 5?
Gab: Não dá...já tentei. É ruim
P: Dá uma olhada...Veja se vocês não chegam em nada interessante...
Mar: É, aquilo que eu te falei...8 x 5, dá 60

Gab: Não,dá 40...Eu tava pensando em todos os números, menos nesse. Claro! 2×5 é 10×6 , 60!
Mar: Ta vendo? Eu que te dei a idéia. Posso marcar os pontos?

Nesta situação, Mar não errou por querer, mas o seu erro permitiu ao Gab estruturar um pensamento e deduzir uma possibilidade ainda não trabalhada. Gab foi capaz de perceber o erro e aprender com ele, numa situação de erro que poderíamos caracterizar no plano do compreender (Macedo et al., 1997).

Ainda no G2, na situação descrita abaixo, observa-se como a discussão matemática foi se processando durante o jogo, por parceiros e adversários e, nesta discussão, os erros foram sendo corrigidos por eles mesmos, as hipóteses, levantadas e comprovadas pela aceitação dos adversários, e tudo isso processado num ambiente de interação social, embora o discurso de Mar, mesmo participando ativamente da solução, ressaltasse a competição no jogo:

Teo e Ra: (lançam os dados – 2, 2, 3)

Teo: 3×4 dá 16....Não 8, ou 16?

Ra: \tilde{A} ? 3×4 é quanto???? $4 + 4 + 4$, né Teo? 12.

Gab: Não,.. dá pra chegar em 12? Dá pra chegar em 12

Teo: Eu quero chegar em 8...

Gab: Dá pra chegar em 2...Não, não dá! Não vai anotar que eu disse que dá pra chega no 2, porque eu ainda não sei (dirigindo-se à pesquisadora que registrava a discussão no protocolo)

Teo: 2×5 dá 10 menos...não é grande coisa

Teo: Aqui dá 12....

P: (dirigindo-se ao Gab) Você acha mesmo que não dá pra chegar no 2?

Gab: Ah, eu não sei....será que se eu....Você achou um jeito?....Ah, achei também, tem um jeito!

Teo: 4 dividido por 3.....

P: Dá uma divisão exata?

Teo: Não

P: Então, não pode!

Mar: Mas 2 dividido por 2,...dá.

P: E aí Ra, dá pra fazer?

Gab: Não pensa só em somar e multiplicar...pensa também em dividir.

Mar: Ah se vocês não conseguirem, depois a gente fala...só que daí vocês não vão ganhar ponto. (competição!!!!)

Mar: Faz 4 mais 5, 6, 7...põe no 7

Teo: 4 mais 3

Mar: Dá pra chegar no 8, é o máximo...Não o máximo é 12 (análise do número máximo do jogo)

Gab: Não pode chegar no 12

Mar: Mas o 12 não dá pra por, o próximo é o 8

Teo: Então vai, vamos no 8

Mar: Põe no 8. A seqüência era 2 dividido por 2 é 1, 3 menos 1, 2

Os resultados mostraram, como na situação descrita acima, que, quando os sujeitos não estavam fazendo as suas próprias jogadas, as análises ficavam mais complexas, conseguiam analisar melhor os movimentos do jogo, mais do que na própria jogada e acabavam por realizar as jogadas para os adversários, muitas vezes. As hipóteses eram levantadas pelos jogadores e adversários e eram corrigidas por eles mesmos, considerando a situação-problema do jogo, naquele instante. Por exemplo, Mar considerou que o máximo a chegar com aqueles números fosse 12. Entretanto, foi corrigido por Gab, que considerou a situação do jogo e observou que o 12 já estava ocupado, então o máximo poderia ser o 8. Além disso, Gab afirmou sobre a possibilidade de conseguir o número 2, embora tivesse apresentado dúvidas, com medo de errar, buscando analisar essa possibilidade. Desta forma, apresentava uma hipótese, mas precisava refletir sobre ela.

As discussões, as propostas de jogadas, os erros foram formando o movimento do jogo, onde muitos conceitos matemáticos se mostraram por trás do discurso da resolução das situações-problema. Por isso, a intervenção da pesquisadora e, no caso da sala de aula normal, a intervenção pedagógica do professor é necessária para acompanhar a discussão, intervindo com questões de real desafio, auxiliando os alunos e, no nosso caso, os sujeitos, a analisarem melhor suas propostas e sistematizarem os conceitos que vão emergindo dessa discussão e que são de duas naturezas: conceitos e/ou habilidades que vão sendo formados ou conceitos que são resgatados na situação de jogo e que foram vivenciados anteriormente, no decorrer da escolaridade do sujeito.

V) Sistematização dos conceitos matemáticos trabalhados/identificação das situações de aplicação dos conceitos já construídos pelos sujeitos:

Durante o primeiro momento de intervenção com o Contig 60[®], onde os sujeitos foram incentivados a construir uma lógica de obtenção dos números ou, mesmo, durante a realização das situações-problema de jogo, as sistematizações foram incentivadas através do registro (expressão por uma linguagem escrita), da explicitação verbal do raciocínio utilizado ou da discussão processada pelos sujeitos (interação social).

Nos episódios descritos anteriormente sobre os procedimentos de resolução de problemas do jogo, várias situações foram resgatadas no sentido de mostrar como a intervenção pedagógica

realizada pela pesquisadora propiciou o resgate e sistematização de alguns conceitos. Foram identificadas situações em que se resgataram os conceitos de propriedades numéricas no conjunto dos números naturais (elemento neutro da adição e multiplicação, distributividade, comutatividade e associatividade) e dos conceitos de divisibilidade e multiplicidade.

Na situação descrita abaixo, ocorrida no G2, a propriedade distributiva foi novamente resgatada, fazendo parte da estratégia de cálculo mental utilizada por Isa que, através da intervenção da pesquisadora, pôde ser sistematizada.

Mari e Jo: (lançam os dados - 6, 4 e 1)

Mari: *Quanto é 6×4 ?*

Isa: *Pensa... 6×4 , quanto que é? 12, mais 12...*

Jo: *6×4 é 12????*

Isa: *6×2 !*

P: *Isa, explique melhor como você está pensando...*

Isa: *Olha, 4 não é $2 + 2$? Então é só fazê 6×2 .*

P: *E por que $12 + 12$?*

Isa: *Ah... porque é 6×2 , duas vezes... dando 4 vezes.*

P: *Se a gente fosse escrever isso, ficaria como? $6 \times 4 = \dots$* (a pesquisadora escreve no papel)

Isa: *6×2 mais.... 6×2 .*

P: (escreve o que Isa acabou de dizer) *Eu poderia dizer que isso é igual à $6 \times (2 + 2)$?* (a pesquisadora escreve na frente)

Isa: *Claro é só distribuir isso que dá o meu.*

Observou-se que, ao escrever a situação verbal no papel, a pesquisadora facilitou a compreensão de Isa sobre as sentenças que foram declaradas verbalmente. O jogo permitiu uma situação onde ocorreu a ação e a explicação desta ação. A intervenção da pesquisadora foi importante para a sistematização do conceito, pois Isa foi capaz de identificar a propriedade distributiva sendo processada, ou seja, que: $6 \times (2 + 2) = 6 \times 2 + 6 \times 2$. Entretanto o procedimento inverso, denominado fatoração¹⁰, utilizado como estratégia de cálculo mental por Isa, ainda não havia sido sistematizado formalmente no conteúdo escolar. A escrita permitiu à Isa ter clareza do processo, embora, no caso do episódio acima, foi necessária a intervenção da pesquisadora para que Isa compreendesse o processo que estava realizando mentalmente.

Os resultados mostraram que, com o decorrer do jogo, os sujeitos foram capazes de aplicar as estratégias de cálculo mental que haviam construído. Em muitas destas estratégias,

¹⁰ Fatorar significa escrever como um produto de dois ou mais fatores

estavam os conceitos de propriedades numéricas, como, por exemplo, na situação descrita abaixo ocorrida no G2:

Isa e Ju jogam contra Jo e Mari. As casas 0 , 1 , 5 , 4 e 30 estavam ocupadas.

Jo: *Tira 3, que na próxima a gente tira trinta e “um”. Olha lá, (Ju e Mari lançam os dados – 3, 1, 1) $3 + 1 - 1$, dá 3...E na outra a gente tira 31 e vamos fazê a festa!!!*

Mari: *Coitadinhas!!!*

P: *$3 + 1 - 1$, é uma boa jogada?*

Isa: *É porque encosta em 2 fichas, são 2 pontos.*

Jo: *Mari, vai tê que tirá 31, tá?*

Mari: (joga os dados – 1, 1, 1)

Isa: *Ih, 3 (risos)*

Jo: *Dá 2, não, não, não dá 2.*

P: *1, 1, 1, não dá 2?*

Jo: *No máximo 3!*

P: *E no mínimo?*

Jo: *1*

P: *Será que não dá pra conseguir 0?*

Jo: *0?...Ah, é mesmo que nem a gente fez antes... $1 - 1 \times 1$*

P: *Então quando é possível conseguir o zero? (a pesquisadora induz à uma generalização)*

Jo: *Quando tem dois números iguais, sempre.*

P: *Mas aí o 0 não adianta...já tá marcado. Não tem como conseguir o 2?*

Jo: *Peraí... 2×1 .*

No episódio acima, Jo foi incentivado pela pesquisadora a generalizar uma regularidade observada. Faz parte do processo de sistematização do pensamento algébrico essa forma de observação de uma regularidade e a generalização. Desta forma, a pesquisadora interveio para que os sujeitos deduzissem que: dados x e y , números naturais quaisquer, poderíamos dizer que $(x - x) \cdot y$, sempre será zero. Esta dedução é bastante simples em termos aritméticos. Entretanto, nota-se na sala de aula de Matemática, na maioria das vezes, uma grande dificuldade dos sujeitos em algebrizarem esta regra, daí a importância da intervenção da pesquisadora no sentido de sistematizar este conceito. Além disso, a análise processada no jogo sobre os valores máximo e mínimo auxiliou Jo a resolver a situação-problema de jogo, encontrando o 2 como solução.

Conforme os dados mostraram, o registro de jogo e das situações-problema, funcionou como elemento que facilitou o processo de sistematização e formalização do conhecimento matemático trabalhado ludicamente na situação de jogo. O momento de escrever sobre as suas formas de pensar, fez com que o sujeito refletisse sobre o seu próprio processo de pensamento,

tornando-o capaz de traduzí-lo para uma linguagem, que, no nosso caso, foi a linguagem matemática ou o registro do cálculo mental.

VI) Análise de possibilidades no jogo - construção dos possíveis:

Nas situações de jogo desencadeadas na pesquisa, os sujeitos foram incentivados a construir inúmeras possibilidades de jogadas e, a partir da análise destas possibilidades, foram capazes de tomar decisões sobre a “melhor jogada”, dentro do contexto. Neste sentido, a intervenção pedagógica realizada pela pesquisadora, foi fundamental para o incentivo à determinação das possibilidades. O episódio ocorrido no G2 demonstra a análise de possibilidades realizadas pelos sujeitos, ao lançar os dados. Os sujeitos estabeleceram diferentes composições para os números sorteados:

Ju: (lança os dados – 2, 1, 1)

P: *Uh, que bonito esse número, hein? 2, 1, 1. O que fazer com isto?*

Isa: 4?

P: *Qual é o máximo que vocês chegam?*

Ju: 4.

Isa: *É,...mas pode ser 2, 1...*

P: *Tem mais possibilidades?*

Isa: Zero?

Ju: *Isso. 1 – 1 x 2*

Os dados mostraram que, na maioria das situações observadas, a operação que menos aparecia no rol de possibilidades de jogadas, foi a subtração. Na situação acima, os sujeitos deduziram todas as expressões que envolviam a adição e/ou multiplicação e algumas com a subtração (zero e 3), entretanto faltou, por exemplo $(2 - 1 \times 1)$.

Várias foram as estratégias que nortearam a tomada de decisões quanto à melhor jogada, dentro das possíveis identificadas. Uma delas, bastante utilizada, foi a análise dos números máximo e mínimo que eram possíveis com os números sorteados nos dados e, a partir daí, os sujeitos foram limitando suas possibilidades de jogadas, entre esses valores. Como, por exemplo, na situação descrita abaixo, ocorrida no G2:

Isa e Ju: (lançam os dados - 3, 2, 1)

P: *Qual o maior número que vocês chegam com isso aí?*

Isa: *Oit...Sete*
 Ju: *Oito*
 Isa: *Oito*
 Jo: *9*
 P: *Ih! 7, 8 ou 9?*
 Isa: *Dá pra chegar no 6, 7 ou 8.*
 Jo: *(insiste) No 9.*
 P: *No 9? Como Jo?*
 Jo: *$3 \times 3 \dots 2 + 1$, 3, vezes 3, 9*
 Isa: *Claro! Dá pra chegar no 6, 7, 8, 9*
 P: *Dá pra chegar no 1? 3, 2, 1, dá pra chegar no 1?*
 Jo: *Só no zero!*
 Ju: *Dá.*
 P: *Como?*
 Ju: *$3 - 2 \times 1$*
 P: *Isso, dá 1...E dá pra chegar no zero?*
 Jo: *$3 - 2 - 1$.*
 P: *Então vamos olhar as possibilidades que vocês já têm...0, 1, 6, 7, 8, 9. Mais alguma?*
 Isa: *Dá 5, também... $3 + 2 \times 1$*
 Ju: *Ah, 2 também... $3 + 1$, 4..dividido por 2, 2.*
 Jo: *Ah, tem o 4 também... $3 - 1 + 2$*
 P: *Ótimo, vocês já encontraram o 0, 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8 e 9.*
 Jo: *Só faltô o 3...Já sei! $2 - 1 \times 3$, porque $2 - 1$ é 1 e...vezes 3, 3*
 P: *Isso mesmo! Qual dessas possibilidades é melhor?*
 Isa e Ju: *O 1 ou o 6? (as duas começam a discutir em qual casa seria melhor colocar)*
 Isa: *Eu acho que é melhor colocar no 1 porque é mais difícil de chega...precisa ser um número muito pequeno pra chega lá (colocam na casa 1)*

No episódio acima, a análise de possibilidades foi incentivada pela pesquisadora e, em seguida, os sujeitos assumiram a estratégia e começaram a analisar as várias jogadas independentemente do contexto do jogo em si, ou seja, sem considerar o que estava marcado no tabuleiro, tanto que, ao final da situação as duas jogadoras, Ju e Isa, pararam para analisar qual seria a melhor possibilidade frente a todas aquelas definidas pelos sujeitos. A tomada de decisões entre as parceiras possibilitou muito mais a discussão e análise de possibilidades de jogo, pois necessitaram argumentar com a parceira sobre qual a jogada que consideravam melhor. Neste episódio, foi interessante observar a discussão matemática processada pelas duas jogadoras. Consideraram a dificuldade em obter o número 1 e acabaram por decidir preencher a casa 1, argumentando que seria a melhor jogada no momento. O mesmo aconteceu em outra situação, no G1:

Gab: *É, e o 1 é mais fácil de chegá. que 29, 30*

P: *Por que que o 1 é mais fácil de tirá?*

Gab: *Por causa que...*

Mar: *É só ir subtraindo e dividindo...você chega fácil em 1.*

Gab: *Ó, quer ver, eu vou ver se consigo chegá em 1...(lança os dados – 5, 2, 1)*

Mar: *5 – 2 – 1...(risos) 5 dividido por 2, dá?*

Gab: *Não dá, dá 2,5*

Mar: *2,5 menos 1....*

Gab: *Pensa no 5 dividido por 1.*

Mar: *Ah, acho que eu não sei. Aqui não deu.*

Gab: *(risos) lança os dados de novo: 3, 3, 3*

Mar: *3 – 3 – 3,...ihhh!!!*

Gab: *3 dividido por 3....não. Também não deu. (lança os dados novamente) Agora deu, agora deu, agora deu, olha! 5, 5, 1 deu.*

Mar: *6 menos 5 (lançam os dados novamente)*

Gab: *Aí, deu! Não...*

Mar: *4 dividido por 4, dá 4 menos 3. É!*

P: *4 dividido por 4 dá 4?*

Mar: *Ah, não...Dá 1.*

P: *Conclusão?*

Gab: *Não é tão fácil chegá em 1, mas em 2...é*

Nesta situação, os sujeitos começaram pesquisando sobre a facilidade ou não de obter o número 1. A hipótese inicial foi de que obter 1 fosse muito fácil, entretanto fizeram várias tentativas e concluíram o mesmo que no G2: a dificuldade de obter o número 1. Nas duas situações descritas, percebeu-se o quanto o processo de intervenção pedagógica realizado pela pesquisadora foi fundamental para o estabelecimento da análise desencadeada.

Retomando a situação do G2, notou-se o desafio proporcionado pela busca das diferentes possibilidades de jogadas, desde o estabelecimento do número mínimo e máximo a serem atingidos (estratégia de resolução), até o levantamento das hipóteses de jogadas. Além disso, percebeu-se o envolvimento de Jo, adversário de Isa e Ju naquela jogada, representando mais uma situação de interação social no jogo. Jo se apropriou da jogada das adversárias e passou a fazer a análise de possibilidades, juntamente com as adversárias, sentindo-se desafiado para a análise.

Na medida em que os sujeitos ficavam mais familiarizados com o jogo, as possibilidades eram melhor definidas nas várias situações de jogo. No extenso episódio transcrito abaixo, podemos identificar como para alguns sujeitos a análise de possibilidades e construção de hipóteses foi bem elaborada, enquanto que para sujeitos como Mari, que apresentou bastante dificuldade no levantamento de hipóteses e na definição das possibilidades, algumas tentativas de solução pareceram “chutes”, sem muita elaboração do raciocínio.

Isa e Ju: (Lançam os dados - 5, 1, 1)
Jo: *Deu 10, ou 5, ou 3, ou 6*
Mari: *Seis? Como isso?*
Ju: *5 dividido por 1, dá 5.....Mais 1.*
P: *Quantas possibilidades de jogadas vocês têm aí?*
Ju: *6 possibilidades...eu acho.*
P: *Que resultados podem ser?*
Ju: *7, 3,...*
P: *Que mais Isa?*
Isa: *3...10*
Ju: *5*
P: *É, mas todos esses já estão cobertos, e agora?*
Mari: *Dá pra fazer 0, também*
(Mari, arrisca alguns palpites intuitivamente, mas não é capaz de elaborar a resposta. Suas jogadas são aleatórias)
P: *Como faz zero?*
Mari: *É...7 menos....*
P: *Você não tem outro número. Você tem 5, 1, 1, como fazer 0?*
Mari: *Não sei como, mas dá pra fazê 0.*
Ju: *Não dá.*
P: *Não dá pra chegar no zero?*
Mari: (insiste) *Dá!*
Jo: *0? 5 - 2, não...2 - 5*
Mari: *2 - 5, dá?....*
Jo: *Menos 3, não dá 0*
Ju: *Menos 3 abaixo de zero*
P: *Então 5, 1, 1, não tem como chegar no 0 (insistindo)?*
Isa: *Posso jogar de novo?*
P: *Vocês acham que não tem jeito essa jogada? Vocês desistem?*
Ju: *Ahhhhh.*
P: *Lembre-se: se elas desistirem e vocês (apontando para Jo e Mari) conseguirem fazer, vocês ganham o dobro do número de pontos....*
Isa: *Mas nós não desistimos!*
Jo: *5 ao cubo, não 5 ao quadrado....*
Ju: *Não tem como fazer.*
Jo: *É. Não tem como...*
P: *Vou dizer uma coisa, tem como chegar no zero! O que que é zero gente?*
Mari: *Zero é nada.*
P: *É, mas como é que você consegue chegar no zero?*
Ju: *Fazendo conta nenhuma!*
P: *Tá, e se tivesse que fazer a conta com esses números, descubram um jeito de chegar no zero...*
Mari: *Dá pra chegar? Então é 5 - 1 - 1....*
P: *Que dá zero Mari?*
Mari: *Não.....1 menos 1.*
P: *1 menos 1 dá quanto?*
Mari: *nada, zero*
P: *E o 5?*

Mari: *Tem que usar o 5?*
P: *Claro! É a regra do jogo.*
Jo: *Como é que isso dá zero?*
Mari: *Você já descobriu?*
Jo: *Não. Ela diz que dá zero, como?*
Ju: *Ahhhh, já sei, zero vezes 5. Fizemos, são 2 pontos.*
Mari: *Era o que eu tinha pensado!*

A situação de jogo propiciou aos sujeitos um impasse: todas as possibilidades de preenchimento levantadas por eles estavam descartadas. Um novo desafio foi proposto pela pesquisadora, interferindo na ação normal do jogo: a afirmação de que a jogada tinha solução. Esta afirmação abriu possibilidades para novas interpretações, até mesmo a aplicação de conceitos que ainda não haviam sido trabalhados em situações escolares, como o conceito de número inteiro (*2 – 5 dá menos 3*, ou *3 abaixo de zero*) ou conceitos já trabalhados, mas que não fizeram parte da regra do jogo, como a potenciação. Entretanto, foram as propostas aleatórias de Mari que propiciaram a Ju a elaboração da resposta correta.

Muitas vezes, em situações de sala de aula, um aluno apresenta grande dificuldade em elaborar sozinho uma solução para o problema, ou mesmo, compreender o seu próprio raciocínio. Ao verbalizar, ou mesmo argumentar sobre sua forma de pensar, refaz, muitas vezes, o seu próprio raciocínio e é capaz de compreendê-lo. Além disso, a construção torna-se coletiva. Por exemplo, na situação de jogo acima, pode-se dizer que Ju chegou à resposta com a contribuição dos colegas. As hipóteses de Jo e Isa, combinadas com as jogadas “aleatórias” processadas por Mari, produziram a resposta correta. A partir de constatações desse tipo é que decorre o incentivo ao trabalho em grupo nas inúmeras propostas pedagógicas atuais.

Finalmente, nas várias situações de jogo observadas, os sujeitos foram cada vez mais ampliando suas hipóteses, construindo novas possibilidades, desenvolvendo estratégias na determinação de tais possibilidades, tomando decisões e se mostrando autônomos nas análises de jogo. Levantar hipóteses, perceber regularidades, construir possibilidades, argumentar, testar e analisar, cada uma delas, faz parte do próprio processo de “fazer matemática”, ou seja, do processo de investigação matemática.

Portanto, a pesquisa processada mostrou como esse processo pôde ser desencadeado em situação escolar.

VII – Interação social:

Nas sessões de intervenção com o jogo Contig 60[®], o jogo social, o acordo sobre jogadas e as previsões nas ações dos adversários, foram observados. Os jogadores atuaram cooperativamente, buscando juntos as soluções das situações de jogo, o que implicou em discutir, analisar, trocar idéias, tomar decisões e aprender com o outro.

Os resultados mostraram situações em que o diálogo entre os sujeitos, a discussão matemática processada, a argumentação ou mesmo as jogadas que foram sendo negociadas na medida em que o conflito era estabelecido, representaram um processo de conceitualização matemática.

Observou-se uma preocupação constante por parte dos sujeitos em socializar o raciocínio obtido, buscando estabelecer diferentes formas de ser entendido pelos colegas e pela pesquisadora. Isto propiciou, aos sujeitos, refletirem sobre o seu próprio raciocínio, ou seja, estabelecerem uma reflexão sobre sua própria ação - Abstração Reflexiva (Piaget,1995).

Observou-se, na pesquisa, que os jogadores, muitas vezes, durante as jogadas, ajudavam seus adversários a encontrarem soluções ou mesmo auxiliavam na resolução da situação-problema que se apresentava, aplicando os conceitos matemáticos e as estratégias de cálculo mental de que dispunham, como podemos observar no episódio a seguir:

No G2 Isa e Ju jogam contra Jo e Mari:

Isa e Ju: (lançam os dados: 6 , 4 e 1)

Jo: *Uau! 30*

Isa: *30? 30 não dá, porque já tá coberto.*

Mari: *Se vocês conseguirem aqui, olha!*

Isa: (dirigindo-se à parceira – Ju) *Tenta fazer 60, ou 16, ou 38.*

P: *38 é uma boa jogada. Será que não dá 38 aí?*

Ju: *Não....*

P: *Não dá? Por quê?*

Ju: *Hummmm...*

P: *Qual é o maior número que dá aí?*

Isa: *25*

Ju: *30*

P: *25 ou 30?*

Jo e Ju: (juntos) *30*

P: *Como é que chega em 30?*

Jo: *5 x 6.*

Isa: *5 x 6? Mas é 4!*

Jo: 4 e 1...
Isa: Ah tá! ...Então, faz 11...
P: Como é que você chega no 11?
Isa: 6 + 4 + 1

Nota-se, no episódio acima, o envolvimento do jogador Jo, que não participava da jogada, auxiliando as adversárias a encontrarem uma boa jogada. Além disso, respondeu aos questionamentos da pesquisadora e auxiliou a adversária (Isa) a compreender a possibilidade de se obter o 30. Isa procurou estabelecer um acordo de jogada com Ju, quando pediu a ela que tentasse conseguir diferentes possibilidades: 60, 16 ou 38. A pesquisadora, através de seus questionamentos e das respostas que os sujeitos foram fornecendo, foi intervindo, interagindo nas discussões entre os sujeitos.

No decorrer das atividades com o jogo Contig 60[®], pôde-se verificar diferentes situações nas quais os sujeitos, envolvidos com entusiasmo na solução dos problemas, auxiliaram os adversários na busca de alternativas. Como, por exemplo, no G1:

(Teo e Ra jogavam contra Gab e Mar)

Teo: 3 x 6 x 2
Ra: ã? 1.
P: Conseguiu 1, como?
Ra: 6 dividido por 3, menos 2
Teo: Não, não dá...Dá 0. 6 dividido por 3, 2
Gab: Aí tá fácil!
Mar: 6 menos 5.
Teo e Ra: (pensam). É mesmo, 6 menos 5, dá 1
P: Não teria outro jeito de conseguir o 1?
Gab: 6 dividido por 3, 2 dividido por 2, 1
Mar: Ai! Demos as respostas....
Gab: Não tem importância. O jogo não é vitória, é parceria. Ajudar o adversário faz dar sorte na próxima jogada.

A negociação estabelecida entre as jogadas pôde ser observada no decorrer de todas as situações de jogo, principalmente entre parceiros.

Os resultados mostraram que, em várias situações de jogo, o cumprimento das regras era exigido entre os adversários, como na situação descrita abaixo:

Gab: (lança os dados) Os números estão bons...
(os dados são mexidos. Ra sugere que Gab jogue os dados novamente: 4, 4, 6)

O acordo entre adversários e as regras do jogo garantiu a aleatoriedade do jogo. Esta situação caracterizou um dos aspectos mais importantes quando se propõe a utilização dos jogos na sala de aula. É fundamental que as regras estejam bem claras para os jogadores e que tais regras sejam cumpridas no decorrer de toda a situação de jogo. Alterar as regras durante o jogo, ou, mesmo, interferir na sua aleatoriedade, implica na “destruição” do próprio jogo. Respeitar as regras durante o processo de jogo para posteriormente questioná-las, analisá-las, ou, mesmo, alterá-las, faz parte do processo de desenvolvimento da autonomia dos sujeitos.

Além disso, os acordos e combinações estabelecidos durante o jogo caracterizaram ações sociais, onde a discussão processada foi considerada como um fator importante para o resgate e a aprendizagem de novos conceitos.

Foram constatadas situações em que os adversários se apropriaram das jogadas dos adversários, como se fossem deles e passaram a analisar possibilidades de jogadas e, até mesmo, propuseram uma boa ou melhor jogada. Esta atitude foi bastante comum, já que, muitas vezes, o sujeito foi capaz de perceber melhores jogadas quando estava “fora do jogo”, ou seja, fora da sua própria jogada. O desejo de “aproveitar” uma boa jogada do adversário e a ansiedade por fazer a sua própria jogada, o fez interferir na decisão do adversário, auxiliando-o, muitas vezes.

Mar e Gab: (lançam os dados: 1, 1, 2)

Gab: 2, cabô...1 ponto. Agora o 29...28 também é um número sagrado

Teo: Como vocês chegaram no 2?

Gab: 2×1 , dá 2...1 dividido por 1 dá quanto? Dá 1, não é? Então, vezes 2?

Gab: $2 + 1 - 1$, $2 \times 1 \times 1$, 2 dividido por 1 vezes 1.... E assim vai....

Teo: Legal esse monte de conta, né?

P: Qual é o lugar mais interessante pra por uma peça agora?

Ra: 27, 28

Gab: 55

Mar: 23

Teo: 45, 58

Gab: Posso falar? Eu acho que no 28 ó...você ganha 3, 29 você ganha 2 e 55 ganha...29 é o número sagrado Mar.

P: Pensa um pouquinho, antes de jogar o dado. Que números de dados vocês tem que ter para tirar um desses números “sagrados” .

Gab: Depende.... o 29, depende do número que sai no dado.

P: Pensa um pouco, o 55, que número você precisaria ou poderia tirar no dado pra dar 55.

Mar: Vamo primeiro jogar o dado e depois a gente faz a conta!

Gab: Eu sei, posso falar?

Gab: 6, 5, 1 (30 menos 1), 4, 5 e 6, eu sei que dá, mas não sei dizer como....Ah não, não dá!

Mar: $4 \times 5 \times 6$, não.
 Teo: (lança os dados) 5, 2 e 4. Não vai dar...o 27 pode até ser, mas.
 Gab: *Dá 28, peraí, rapidinho!*
 Teo: 2×4 , 8...vezes 5, não, peraí... 2×5 , 10,...30, $4 + 2$ vezes 5, 30 não faz 3 pontos?
 Gab: Não, dois!
 Teo: *Espera Gab, você pensa muito rápido, não dá tempo pra gente....Quer pensar em outra coisa?Pensei em uma aqui, rapidinho... 4×5 dá 20*
 Gab: 4×7 é 28. Bota lá.
 Teo: *Boa! Mas que deixá a gente fazê sozinho da próxima vez?*
 Gab: *Eu não consigo...*
 Gab e Mar: (lançam os dados) 5, 5, 6
 Mar: *Dá pra chegar no 144.*
 Gab: *Mas dá pra chegar num número bom.*
 Mar: *Dá no 29?*
 Gab: *Vamo tentá, 30...*
 Teo: *Não dá no 29*
 Gab: 5×5 , 25... $25 + 6$, 31
 Gab: *De novo o 29, continua sendo o número sagrado! Aqui o 55, também.*
 Gab: $6 + 5$, 11 vezes 5...55. Isso! Conseguimos.
 Mar: Não.
 Gab: (repete) $6 + 5$, 11, vezes 5, 55. 4 pontos.
 Mar: 3!
 Gab: (conta) 4 pontos. Tá vendo? Eu tenho sorte viu Mar?

Nota-se que, no início, Gab procurou diferentes formas de obter o número 1, a fim de explicar para o adversário como conseguir o número 2. A maneira que Gab procurou responder para o adversário não representou apenas a resposta à questão, mas também uma análise de possibilidades para obter o número 2, variando as operações. Teo demonstrou gostar da brincadeira, entretanto não gostou muito quando o adversário começou a interferir nas suas jogadas, antecipando-se nos cálculos. A atitude de Gab foi freqüente nas situações de jogo analisadas, pois o desejo de que a jogada do adversário fosse a sua própria jogada, fez com que o sujeito se apropriasse da jogada do adversário e propusesse soluções para a situação-problema, mesmo sem a aprovação do adversário.

Mar demonstrou bastante ansiedade em jogar, sugerindo que, em vez de fazer a análise proposta pela pesquisadora sobre as melhores jogadas possíveis e os números para obter estas respostas, fossem logo jogando os dados para depois analisarem. Por outro lado, Gab demonstrou estar interessado em pensar nas questões propostas pela pesquisadora, estabelecendo análises e propondo resultados. A satisfação de Gab foi compensada, quando os números dos dados foram bons e ele foi capaz de buscar uma melhor jogada. Embora Mar tivesse se envolvido muito pouco

na discussão proposta pela pesquisadora, a intervenção realizada o auxiliou na realização de uma boa jogada.

Também no G1, as negociações de jogadas possibilitaram análises sobre as estratégias de jogo, uma exploração adequada do tabuleiro, uma análise de possibilidades de jogadas e de possibilidades de obtenção dos números a partir da aleatoriedade. Na situação descrita abaixo, os sujeitos pararam suas jogadas (“congelaram o jogo”) e começaram a analisá-lo “fora” do tabuleiro, a partir das possibilidades nos dados:

Mar e Gab: (lançam os dados - 3,3,1) 6 vezes.... 4 x 3....12

P: *É que o 12 já tá ocupado*

Mar: *Então, 3 x 3....*

Gab: *10, 3 x 3 + 1*

Mar: *3 x 3...9, dividido por 1. êba, nove!*

Gab: *Vamo fazê 0, vai.*

P: *Por que 0?*

Gab: *Aaaa, 3 x 1, 3 menos 3, zero. Ou 3 – 3 x 1, o que você preferir!*

P: *Por que você quer o zero?*

Mar: *Porque abre para algumas opções mais fáceis, olha...números mais baixos, e os cantos são os melhores lugares, olha 27, 28 e 30, tudo perto.*

Verificou-se uma boa exploração do tabuleiro, buscando alternativas melhores, eles que começaram preenchendo os números altos.

Gab: *Ã? Eu não entendi....*

Mar: (repete a explicação)

Gab: *É, e o 1 é mais fácil de chegá. que 29, 30*

P: *Por que que o 1 é mais fácil de tirá?*

Gab: *Por causa que...*

Mar: *É só ir subtraindo e dividindo...você chega fácil em 1.*

Gab: *Ó, quer ver, eu vou ver se consigo chegá em 1...(lança os dados – 5, 2, 1)*

Mar: *5 – 2 – 1....(risos) 5 dividido por 2, dá?*

Gab: *Não dá, dá 2,5*

Mar: *2,5 menos 1....*

Gab: *Pensa no 5 dividido por 1.*

Mar: *Ah, acho que eu não sei. Aqui não deu.*

Gab: (risos) *lança os dados de novo: 3, 3, 3*

Mar: *3 – 3 – 3,...ihhh!!!*

Gab: *3 dividido por 3....não. Também não deu. (lança os dados novamente) Agora deu, agora deu, agora deu, olha! 5, 5, 1 deu.*

Mar: *6 menos 5 (lançam os dados novamente)*

Gab: *Aí, deu! Não...*

Mar: *4 dividido por 4, dá 4 menos 3. É!*

P: *4 dividido por 4 dá 4?*

Mar: *Ah, não...Dá 1.*

P: *Conclusão?*

Gab: *Não é tão fácil chegá em 1, mas em 2...é*

Mar: *Não é não.*

Gab: *No 2, é.*

P: *Por que no 2 é mais fácil?*

Gab: *Porque eu não sei, mas que é, é!*

A análise mostrou que os sujeitos, neste episódio, podem estar confundindo a idéia de mais fácil operar com mais fácil obter no lançamento dos dados. Os números que eram obtidos nos dados dependiam do aleatório, da probabilidade de se obter o número desejado. Por outro lado, operar para conseguir números menores, como 1, 2 e 3 era bem mais fácil, tanto que, quando lançavam os dados nas várias jogadas simuladas, a percepção de que não era possível obter o número 1 foi com maior convicção do que se fossem números mais altos.

A discussão sobre melhores posições no tabuleiro ou formas de se obter um número foi sendo construída, em conjunto, pelos dois sujeitos que processavam análises a partir das intervenções realizadas pela pesquisadora e que foram capazes de levantar hipóteses sobre a situação-problema que se colocou. Os sujeitos foram capazes de levantar hipóteses, analisar e fazer deduções a partir de situações simuladas de jogo. Identificou-se o processo de observação de uma regularidade e sistematização de um conceito.

Portanto, nas várias situações de jogo observadas, pôde-se determinar momentos de aprendizagem e conceitualização a partir da interação social e cooperação entre os sujeitos na resolução das situações-problema de jogos.

VIII) O Lúdico e o interesse:

Nos episódios com o jogo Contig 60[®], de maneira geral, os sujeitos se mostraram interessados durante toda a atividade proposta. Demonstraram muito interesse em jogá-lo e faziam inferências sobre como seria o jogo, antes mesmo de tomarem conhecimento das regras.

Verificou-se, durante as sessões, o caráter lúdico que impulsionou os sujeitos a participarem das atividades que envolviam conteúdos escolares de Matemática, expressando alegria, prazer e entusiasmo.

A ação dos sujeitos demonstrou que queriam realizar as atividades, queriam participar, queriam acertar a qualquer custo, em parte, de maneira diferente do que ocorre, em geral, nas aulas tradicionais de Matemática.

No G2, logo após a explicação do jogo, Jo já demonstrava interesse: “- *Pô, que interessante esse jogo!*”. No decorrer do jogo, várias foram as manifestações de alegria e interesse pelo jogo, o que demonstrou que os sujeitos estavam interessados:

Isa: (joga os dados: 5, 6, 6)

Jo: *Chiiii!*

Isa: *Yes!*

P: *Que conta que você fez Isa?*

Isa: *5 + 6, igual a 11....menos 6, 5. Ponto pra mim...Oba!*

Jo: *1 ponto pra você.*

O interesse demonstrado pelos jogadores prendeu a atenção deles, fazendo com que fossem capazes de sempre buscarem a melhor jogada, analisando suas jogadas e as dos adversários.

No G1, observou-se que a ansiedade por aprender o jogo, logo após a realização da atividade de identificação dos números no tabuleiro, foi realmente muito grande. Os sujeitos faziam inferências sobre o jogo, queriam saber rapidamente de todas as regras e queriam jogar logo.

Gab: *P. terminamos! É só batê o olho na folha e você vai ver a nossa lógica!* (dirigindo-se à pesquisadora) (a professora entrega para os sujeitos o material do jogo)

Mar: *Pra que 3 dados? Um pra cada um?* (Obs: Nesse primeiro dia de jogo só estavam presentes três sujeitos nesse grupo)

P: *Não. Agora eu vou explicar como se joga.*

Mar: *Deixa a calculadora aberta, né?*

P: *Não, agora não. É na cuca!*

Mar e Gab: (ironizam) *Ai, que chato....*

Mar: *Cada um vai ser uma cor de fichinha? Explica pra nós....*

P: *Não! Calma.*

No segundo dia de intervenção, os sujeitos que haviam faltado no primeiro dia tiveram o contato com o jogo, inicialmente, através de seus colegas de grupo. Teo, no G1, compreendeu rapidamente o jogo e já fazia as análises de possibilidades sobre as situações de jogo, desde o início, demonstrando interesse em jogar. No G2, este fato foi um pouco diferenciado. Mari,

sujeito do G2, que havia faltado no primeiro dia de intervenção, demonstrou muito desinteresse em aprender o jogo e reclamou bastante da atividade, embora tivesse participado e até mesmo contribuído com algumas hipóteses interessantes.

Isa e Jo explicam o jogo para Mari e Ju

Mari: *Credo que jogo chato, tem que fazer um monte de conta!*

P: *Que tal começar pra depois ver se você ainda acha chato? É o primeiro jogo, quem vai jogar contra quem?*

Isa: *Eu e a Ju, contra vocês dois, pode ser?*

Jo: *Pode ser.*

P: *Vocês estão jogando em duplas... Vocês devem entrar num acordo entre vocês para ver quem tá fazendo a melhor jogada. Certo? Como é que vocês vão decidir quem começa?*

Jo: *Eu começo!*

Isa: *Quem jogar o número maior no dado?*

P: *Pode ser.*

Isa: (lança o dado)

Jo: *Joga um número bem baixo!*

Isa: *3. Vai.*

Jo: *Foi baixo.* (lança o dado - 1, risos)

Mari: *Eu não sei se eu entendi direito o jogo.... Já começamos perdendo?*

P: *Depende Mari, esse jogo não é muito interessante começar porque não tem ficha nenhuma no tabuleiro, não dá pra marcar ponto.*

No episódio acima, observa-se Mari com muita resistência pelo jogo, ou seja, desinteressada por jogá-lo. A pesquisadora interveio no sentido de estimulá-la a conhecer o jogo e tentar jogá-lo antes de fazer pré-conceitos. Mari apresentou um certo receio pela situação “nova” a que ainda não estava adaptada. Uma situação de confronto, como a que o jogo apresentava.

Jogar é se expor, expor seus limites e suas formas de raciocínio, o que pode vir a causar um certo “medo” inicial. Esta reação se agrava com a idade. Para o adolescente, principalmente, que se importa muito com a aprovação do grupo de colegas com quem convive, esta exposição que o jogo exige, muitas vezes, incomoda. No episódio observado, ocorreu, por parte de Mari, uma resistência inicial quanto ao fato de se expor à realização do jogo.

Observou-se um envolvimento de Mari muito no sentido de se sentir aceita pelo grupo e pela pesquisadora “dando a resposta correta”. Várias foram as situações em que Jo resolvia uma situação antes de Mari e esta, por sua vez, declarava coisas do tipo: “- *exatamente como eu estava pensando... Você leu o meu pensamento.... Era o que eu ia dizer agora*” etc. Os episódios

mostraram que Mari esteve muito preocupada, em grande parte das jogadas, com a forma como estava sendo observada. Se era capaz de apresentar uma resposta correta, sentia necessidade de ser elogiada por isso, ou, se “errava”, fugia do assunto e logo se distraía, sendo chamada à atenção pelos colegas e pela pesquisadora.

Neste caso, pôde-se inferir que, até certo ponto, a falta de interesse pelo jogo em si e a preocupação constante em acertar, a fim de “mostrar” para o grupo que era capaz de dar bons palpites, fez com que Mari aproveitasse pouco as situações de conflito geradas na atividade. Suas reflexões eram carregadas de “fabulações” durante o jogo, ou seja, fabulava, criava regras e propunha alterar as existentes, no decorrer do jogo.

Ju e Mari: (lançam os dados – 3, 2, 5)

P: *Nossa, saiu a mesma coisa que da outra vez?*

Mari: *Ah, então deixa trocar, vai.*

P: *Que isso, não existe isso na regra.*

Mari: *Ah, que isso, deixa vai...*

Além disso, os comentários de Mari eram sempre no sentido de facilitar o desafio do jogo. Possivelmente, era uma forma de expressar que os desafios propostos naquele jogo eram além de sua capacidade de assimilação e operação.

No G2: Ju e Mari jogam contra Jo e Isa

(Mari está brincando com as fichinhas sem prestar atenção no jogo)

P: *Mari, o que que ela fez pra por no 10?*

Mari: (enrola) *Ela diminuiu. Ela fez...o 31? Ela fez conta de dividir, ou de subtração, não sei.*

P: *Ah, e como é que a sua parceira faz uma jogada e você não presta atenção? Vai Ju, conta o que você fez pra sua parceira.*

Ju: *6 – 1, 5 + 5...10*

P: *Entendeu Mari? Então, participa do jogo, ok?*

Jo: *Com quantos pontos elas estão?*

P: *2 pontos.*

Jo: *Nós tamo com 2, também.*

P: *Não, vocês estão com 3.*

Jo: *Tamo com 3? Ah, é.*

Mari: *Sempre quem começa perde, né? (Quem começou esse jogo foi a dupla Mari e Ju)*

P: *Será? Por quê?*

Mari: *Na maioria das vezes. Até agora, pelo menos foi assim.*

Mari: *Vamo jogar só de 2 dados?*

P: *Por quê?*

Mari: *É mais fácil!*

Ju: *Se a gente joga só com 2 dados, vai ter número que a gente consegue e número que não, no tabuleiro. Aí o tabuleiro teria que ser outro, entendeu?*

Jo: *Opa, eu tenho um legal! Dá 24.*

Ju: *Urrrrr, a gente já fez isso o maior tempo.*

Mari: *6 x 2... 12 + 2, 14*

Ju: *Ah, se não tivesse esse 2. 2 dividido por 2... é 2*

Mari: *2 dividido por 2 é 2?*

Jo: *É 1... 1 + 6, 7. Pronto*

Mais uma vez, percebeu-se um envolvimento bastante comprometido de Mari, embora, quando se interessava, desse alguns palpites no contexto do jogo, até mesmo corrigindo os colegas (“- 2 dividido por 2, dá 2?”) O interessante a observar é que Mari fazia observações bastante vinculadas à situação concreta de jogo. Sugeriu, por exemplo, jogar somente com dois dados e não três, para facilitar as contas. Entretanto não foi capaz de formular quais conseqüências para o jogo esta proposta traria. Esta é uma característica presente no nível cognitivo em que Mari foi avaliada na prova piagetiana, ou seja, operatório concreto. Ela necessitava vivenciar a situação concretamente para analisar as possibilidades. Por outro lado Ju, classificada no operatório formal, ou em transição nas provas piagetianas de avaliação cognitiva, já formulava as conseqüências para o jogo que seriam necessárias, caso a proposta de Mari fosse aplicada (impossibilidade de obtenção dos números e alteração do tabuleiro).

Os resultados mostraram que, dos sujeitos pesquisados, Mari foi o que apresentou menos interesse, embora tivesse se envolvido em alguns momentos do jogo com sugestões, estratégias de cálculo mental e previsões de jogo.

Observou-se, também, que a interação social foi um fator que contribuiu para o envolvimento de Mari na atividade. Os parceiros consideraram suas observações e se referiam às jogadas que faziam em parceria como sendo da dupla, como Ju declara: “ - *Urrrrr, a gente já fez isso o maior tempo*” (grifo nosso).

Considerando o envolvimento e o interesse dos sujeitos observados na realização das atividades de jogo, notou-se o quanto o aspecto lúdico do jogo favoreceu estas manifestações de interesse, já que as atividades representaram desafios aos sujeitos, ou seja, geraram conflitos cognitivos. Os conflitos que foram surgindo e sendo solucionados, tornaram o jogo cada vez mais interessante e este aspecto pôde ser percebido pelos próprios sujeitos. No G1, Gab fez um comentário neste sentido, ao final do segundo dia de intervenção, após quatro jogos:

Gab e Mar: (lançam os dados: 2, 3, 1)

Mar: *Ah, vai ter que ser o 3*

Gab: *2 x 3...*

Mar: *2 x 3 - 1...*

Gab: *Não, 2 - 1 x 3. A gente consegue chegar no 3. Esse jogo tá mais legal que os outros, a gente enxerga mais!*

Os resultados mostraram que, durante todo o tempo em que os sujeitos estiveram interessados na ação do jogo, puderam realizar muitos cálculos mentalmente, foram capazes de construir estratégias de cálculo mental, discutiram sobre conceitos dominados anteriormente e que foram resgatados na situação de jogo, puderam se relacionar com os parceiros e adversários e foram capazes de levantar hipóteses, arriscar jogadas, tomar decisões, analisar erros, enfim, exerceram uma atividade lúdica, de muito prazer e com muita aprendizagem matemática emergindo das situações de intervenção com os jogos. Nesse sentido, observou-se que a atividade de jogo desencadeada propiciou a realização de todas estas atividades de forma prazerosa, lúdica, pois representou um desafio aos sujeitos. E que o fato de os sujeitos estarem interessados durante toda a ação, contribuiu para o desenvolvimento cognitivo deles.

IX) Registros do jogo e situações-problema

Os resultados mostraram que os sujeitos da pesquisa foram capazes de elaborar estratégias de cálculo mental ou mesmo realizar análises de possibilidades muito mais depuradas, durante a realização das situações-problema propostas pela pesquisadora. Verificou-se que, muitas vezes, o fato de os sujeitos terem que registrar, sistematizar um raciocínio, por escrito, contribuiu para uma melhor compreensão sobre suas próprias formas de raciocínio e para o aperfeiçoamento na maneira de explicitação deste raciocínio, agora não mais verbal. A importância da resolução de situações-problema de jogo é ressaltada por Macedo et al (1997):

“É importante que, depois de jogar, a pessoa tenha a oportunidade de refletir sobre alguns aspectos que garantem o domínio da estrutura do jogo, ou seja, que possa repensar suas ações, e, dessa forma, torna-las cada vez mais eficazes e menos determinadas pelo fator sorte”. (Macedo et al, 1997:p.18)

Segundo Macedo et al (1997) as situações-problema geram um contexto de conflito e questionamento, desafiando os sujeitos, o que possibilita ao professor observar como o jogador resolve situações que exigem um alto grau de envolvimento e de integração, visto que é necessária a coordenação de muitos pontos de vista em cada situação simulada de jogo.

Na pesquisa realizada, os sujeitos puderam registrar as sentenças numéricas realizadas livremente. Não houve cobrança alguma no sentido de se exigir um certo rigor na escrita, como, por exemplo, a colocação de parênteses em expressões do tipo: $(6 + 5) \times 4$. Nas situações de jogo, os sujeitos optaram por registrar apenas as sentenças de que tivessem necessidade ou que desejassem e, da forma como quisessem. A preocupação da pesquisadora esteve mais voltada para o registro da resolução das situações-problema. Entretanto, em algumas situações de jogo, os sujeitos anotaram as sentenças numéricas e o interessante a observar foi que o registro, muitas vezes, fez com que os sujeitos buscassem uma forma “mais depurada” ou que eles considerassem “mais inteligente” de escrever. Essas formas diziam respeito ao valor que os sujeitos atribuíam às operações. Por exemplo, na situação abaixo descrita, embora Jo tivesse encontrado uma solução utilizando apenas duas adições, no momento de registro da situação propôs uma forma “mais legal” ou “mais elegante” - preocupação estética - utilizando a multiplicação.

Isa é a redatora das sentenças numéricas do jogo.

Jo e Mari: (lançam os dados: 1, 2, 4)

Mari: $7, 4 + 3...$

Jo: $1 + 2 + 4...7$

Jo: *Anota aí (dirigindo-se à Isa) $2 \times 4 - 1$, é mais legal*

Isa: *Você só inventa!!!!*

Os registros das sentenças numéricas, no geral, correspondiam aos registros do cálculo mental, aparecendo expressões do tipo: $5 \times 4 = 20 + 3 = 23$.

O processo de intervenção escrita foi desencadeado no início do terceiro dia de intervenção. Cada um dos grupos recebeu três folhas xerocadas (em anexo), contendo as 10 situações-problema. Cada grupo leu as situações e as resolveu em conjunto, o que exigiu dos sujeitos que entrassem num acordo para a resposta do problema e registro da solução. Nesta atividade, não foi permitida a utilização da calculadora, embora os sujeitos dispusessem de lápis e papel para as anotações e cálculos. As 10 situações-problema foram formuladas pela

pesquisadora e organizadas de forma aleatória na folha de questões. Além disso, procurou-se contemplar com essas situações de conflitos o que, muitas vezes, não apareceu na situação de jogo, mas que se considerava importante para a análise e determinação das estratégias do jogo e formulação de conceitos e/ou habilidades matemáticas.

Esta atividade poderia ser considerada uma forma de “aceleração” da análise do jogo, ou seja, nas situações-problema foram traduzidos conflitos que surgiram das situações de jogo, mas que necessitavam de várias partidas para que fossem resolvidos.

Nas situações da pesquisa, observou-se uma grande preocupação com o registro de uma forma “mais elegante”, com um certo rigor na linguagem escrita. Foram várias as situações onde os sujeitos encontraram a resposta para uma determinada situação-problema e buscaram uma forma diferenciada de registrar.

Na verdade, no decorrer da resolução das situações, surgiram as análises de possibilidades, as estratégias de resolução de problemas, os erros, as sistematizações etc., que foram as unidades de análise, apresentadas anteriormente. Além disso, como os sujeitos necessitaram responder em conjunto as situações, o processo de socialização na resolução caracterizou-se por uma discussão matemática, com levantamento de hipóteses, argumentação e produção do texto matemático (registro da resolução). Durante a resolução, os registros verbais também foram analisados, como suporte para a análise do texto.

Apresentam-se, a seguir, as situações-problema, destacando quais foram os objetivos traçados na resolução de cada situação ou conjunto de situações e os resultados demonstrados pelos sujeitos.

Situações-problema 1 e 3: Análise de possibilidades numa simulação de jogo:

As situações 1 e 3, descritas abaixo, buscaram a reflexão dos sujeitos sobre uma situação de jogo “congelada”. O objetivo destas situações foi de propiciar uma situação-problema de análise de possibilidades de jogo. Exigiu o resgate da atividade inicial de obtenção dos números dos dados, vinculado agora, a uma situação de jogo.

Situação 1: Temos a seguinte situação de jogo:

Peças colocadas: casas 29, 31, 54, 125, 66, 72

- a) Quantas possibilidades o próximo jogador tem de ganhar 3 pontos? E 2 pontos?
- b) Para cada uma destas situações, indique uma solução possível (números e operações)

Situação 3: As seguintes casas estão preenchidas: 9, 10, 31, 34, 36, 55, 60, 66, 72 e 108.

- a) Para conseguir o maior número de pontos, qual casa deve ser preenchida?
- b) Que números você precisaria tirar nos dados para preencher esta casa, sendo válidas somente as operações de adição e multiplicação? (apresente 4 soluções distintas possíveis)

Na resolução das duas situações descritas acima, os sujeitos necessitaram simular as jogadas no tabuleiro, preenchendo as casas que estavam ocupadas e foram analisando qual seria a melhor jogada ou quais soluções possíveis para obterem os pontos desejados.

Para a situação 1, tanto no G1, quanto no G2, os sujeitos foram capazes de obter as respostas corretas, ou seja, as três possibilidades de se obterem os 3 pontos e as 8 possibilidades de se obterem 2 pontos. Notou-se, no registro das sentenças para as soluções possíveis na obtenção dos números (letra b), que não existiu uma preocupação com a colocação dos parênteses:

G1:

- b) Para cada uma destas situações, indique uma solução possível (números e operações)

60: $5 \times 2 \times 6$	35: $5 \times 6 + 5$	120: $6 \times 4 \times 5$
55: $5 + 6 \times 5$	28: $6 \times 5 - 2$	3: $1 + 1 + 1$
144: $6 \times 6 \times 4$	32: $6 \times 5 + 2$	
150: $5 \times 6 \times 5$	30: $6 \times 5 \times 1$	
34: $6 \times 6 - 2$		

G2:

$$\begin{array}{lll} 5+6 \cdot 5 = 55 & 5 \cdot 6 \cdot 1 = 30 & 5 \cdot 4 \cdot 6 = 120 \\ 5+5 \cdot 6 = 60 & 5 \cdot 6+4 = 34 & 6 \cdot 4 \cdot 6 = 144 \\ 5 \cdot 6+5 = 35 & 1+1+1 = 3 & \\ 5 \cdot 5+3 = 28 & 5 \cdot 6+2 = 32 & \\ & 5 \cdot 5 \cdot 6 = 150 & \end{array}$$

No G1, Gab assumiu a liderança do grupo, disparou na resolução da situação, fez questões e produziu resoluções interessantes, gerando reclamações dos outros sujeitos do grupo:

Gab: *Teo lê aí...*

Teo: *Temos a seguinte situação de jogo...*

Gab: *Pode botá as pecinhas aí pra mostrar a situação?*

P: *Pode.*

Teo: *(Lê o primeiro problema e os colegas reproduzem no tabuleiro)*

Gab: *Mas ele pode ganhar 4...Aqui ele pode ganhar 4, ó.*

P: *Mas o problema quer saber só com 2 ou 3 pontos...Não está perguntando a melhor jogada!*

Gab, Mar e Teo: *(analisam todas as situações e vão se corrigindo....) 60, 28, 32, 33,...não é 33, é 30, 150, 120, 35 já foi? 34? 32? (Teo registra)*

P: *Então quantas possibilidades?*

Ra: *28? Já foi?*

Teo: *Já! Cabô gente!*

Mar: *Conta aí, então...De 3 teve 3 possibilidades...e do 2?...1,2,3,4..*

Teo: *Não precisa contar é só mostrá.*

Gab: *Não, olha a letra b...*

Teo: *(Lê a letra b) Como assim?*

Mar: *É como você tira no dado.*

Teo: *Ah entendi!*

Gab: *Tá. 60...6, 5, 2... Deixa que eu escrevo...*

Teo: *Não. Ele quer fazer tudo sozinho as coisas...Quer ir pensando e escrevendo ao mesmo tempo*

Gab: *Então tá, escreve...eu falei 6,5 e 2....55....é, 5, 6 e 5...Não dá.*

Ra: *Dá sim, olha...5 x 6....vinte...disfarça.*

Gab: *Vamo lá....55 é 5 + 6 x 5. ...Escreve aí Teo, é 5 x 5 + 6 x 5.*

(Teo escreve exatamente como Gab propõe)

Mar: *Ã...aí não pode!*

Gab: *5 + 6 x 5*

Teo: *Não, você falou...5 x 5 + 6 x 5 (apaga e escreve novamente: 5 + 6 x 5)*

Gab: *Ah, dá na mesma....É que eu falei errado.*

Mar: *Tudo bem que dá na mesma, mas é 5 + 6 x 5, são só 3 números.*

Nesta situação, Gab resgatou uma das propriedades mais importantes dos números naturais: a propriedade distributiva. Gab pensou na expressão $5 \times 5 + 6 \times 5$, como a solução e foi

capaz de fatorá-la para $(5 + 6) \times 5$, declarando que as duas expressões representavam a mesma coisa. Gab e Mar concordaram, mas para Teo o importante, naquele momento, era registrar o que Gab falava, sem muito questionamento, possivelmente porque ele não tinha compreendido muito a polêmica gerada.

Nesta situação descrita, identificou-se como a falta de Teo, no primeiro dia, prejudicou-o na compreensão da situação-problema, já que a letra b representava uma atividade semelhante à desencadeada no primeiro dia de intervenção.

No G2, Jo observou isso, logo no início da realização da atividade:

Jo: *Pra 55 é fácil! $5 + 6 \times 5$. A gente fez isso tudo antes de joga...Fica mais fácil!*

Ju: *Agora 120..Não, vamos ver todos...É melhor fazê na ordem...*

Jo: *Agora é 60. $5 + 5 \times 6$*

Ju também se sentiu prejudicada pela ausência no primeiro dia:

Ju: *Tem algum jeito de chegar em 150?*

Jo: *Tem.*

P: (esquecendo-se da ausência de Ju) *Vocês não fizeram aquela lista no primeiro dia?*

Jo: *Ela não...Ela e a Mari faltaram...Eu e a Isa fizemos sozinhos... $5 \times 5 \times 6$*

P: *Quanto dá?*

Jo: *5×5 , 25...vezes 6....Vezes 4 é 100...é 150*

Ju: *Então é $5 \times 5 \times 6$*

Jo: *Eu sei porque o maior é $6 \times 6 \times 5$ (apontando pro 180)*

Na seqüência da resolução, no G1, Gab utilizou uma estratégia de cálculo mental por decomposição do número para efetuar uma divisão:

Gab: *Agora é 144. $5 \times 5 \times 5$ é 125.... 30×5 ...150*

Mar: *Essa é a resposta do outro!*

Teo: *Temo que fazê na ordem...*

Gab: *Anota embaixo pra depois.*

Gab: *6×6 ...6, 18, 36... 36 vezes....6*

Mar: *É menos né! $5 \times 5 \times 5$...Já deu 125, né?*

Gab: *Não...144 dividido por 4...*

Mar: *Não, errrr*

Gab: *50,...72 é 36. Como eu chego no 36, Ra?*

Ra: *É 6×6 .*

Gab: *Então é $6 \times 6 \times 4$. É 36×4 ...*

Como Gab percebeu que as multiplicações por 6 ($6 \times 6 \times 6$) resultavam num número muito grande, inclusive sendo chamado à atenção por Mar, buscou calcular mentalmente $144 : 4$, fazendo $144 = 100 + 44$, então $100 : 2$ é 50, $44 : 2$ é 22. Somando as metades $50 + 22$, deu 72, portanto $144 : 2$, deu 72. Agora, para dividir por 4, só faltava dividir por 2, novamente: $72 : 2 = 36$. Daí o questionamento para a Ra: “-Como eu chego no 36, Ra?” Concluindo em $144 = 4 \times 6 \times 6$.

A estratégia utilizada por Gab não pôde ser acompanhada pelos colegas, mas o raciocínio utilizado por Gab pôde ser obtido através da análise posterior das expressões verbais. Em situações de aula, muitas vezes, o professor, por não estar todo o tempo acompanhando o raciocínio de cada aluno da classe, perde muitas oportunidades de socialização de raciocínios interessantes como esse desenvolvido por Gab.

Na seqüência, Gab continuou realizando cálculos mentalmente, utilizando estratégias interessantes:

Mar: 34.

Mar: 34 é fácil... 4×6 ...

Gab: $6 \times 6 - 2$

Teo: Agora vem o 35....

Mar: 5×5 , 25... 5×6 , 30... $5 \times 6 + 5$

Gab: Ou 7×5 .

Teo: (anotando) 5×6

Gab: Depois vem qual?

Mar: 30, que é... $6 \times 5 \times 1$

Gab: Agora é o 28....28 é fácil, é $6 \times 5 - 2$. Depois do 28....32 agora! $6 \times 5 + 2$

Teo: Não dá pra fazê com o Gab!

P: Por que Teo?

Teo: Eu to tentando raciocinar e ele não dá tempo!

Gab: 30....

P: Gab, o Teo está reclamando que não consegue raciocinar...que tal ir mais devagar? Todo mundo junto?

Gab: É que tá tudo no 30....fica fácil, é só somar e subtrair do 5×6 . Teo ó, é que aqui é sempre tudo 30.... 6×5 , daí soma 2, subtrai 2, e assim vai. 30, é $6 \times 5 \times 1$, entendeu?

Gab: Agora é 120....A gente já fez isso.

Mar: 120....

Teo: $6 \times 6 \times 6$

P: $6 \times 6 \times 6$ é 120?

Mar: Não! $5 \times 5 \times 4$

Ra: Não dá, 4×25 , dá 100, não lembra?

P: O que que é 120? Não dá pra pensar em números que multiplicados dão 120?

Gab: 12×10 24×5 .

P: 24×5 dá 120?

Gab: *Dá, porque é o dobro de 12 e a metade de 10...é o mesmo que 12 x 10.*

Mar: *6 x 5 x 4...*

Teo: *24 – 12 x 10...Ã?*

P: *Mas como usar 12 e 10?*

Gab e Mar: (Insistindo) *24 x 5.....6 x 4 x 5*

Gab: *120 tá pronto, agora é o....3...*

P: *Calma. Teo por que que dá 120?*

Teo: *4 x 5 é 20...x 6 é 120*

Nesta situação, Mar e Gab utilizaram a estratégia de obtenção dos números da casa dos 30, muito facilmente. Teo se irritou com a falta de colaboração dos colegas, mesmo porque, como ele estava responsável pelo registro, sentiu-se apenas cumprindo e registrando o que os colegas determinavam, sem ter tempo para participar da resolução. Entretanto, Gab justificou sua resolução rápida com a estratégia de que foi somando e subtraindo de 30.

Para a obtenção do 120, a pesquisadora interveio no sentido de auxiliar os sujeitos quanto à utilização da estratégia de pensar em produtos que dessem 120, para que depois decompussem os números possíveis. Rapidamente, Mar e Gab se apropriaram da sugestão da pesquisadora e já propuseram a solução. Observou-se a estratégia utilizada por Gab para explicar porque 24×5 dava 120, assim como 12×10 . Gab raciocinou com grande rapidez e utilizou as operações inversas com muito domínio sobre elas. Nesta estratégia, por exemplo, ele estabeleceu a seguinte igualdade:

Se $12 \times 10 = 120$, então $12 \times 2 \times (10 : 2)$ também é 120

Por outro lado, várias estratégias utilizadas por Gab para a resolução dos problemas foram pouco aproveitadas pelos colegas, que, muitas vezes, não entenderam como Gab raciocinou. Observou-se que Gab resolveu tais situações com muito domínio sobre as operações, propriedades aritméticas e raciocínio algébrico. Entretanto, quando necessitava de cálculos que, geralmente, são cobrados numa escola tradicional como a “memorização da tabuada”, Gab não apresentava essas multiplicações “decoradas” e utilizava mentalmente a soma de parcelas iguais ou perguntava para seus colegas do grupo.

Teo, “perdeu-se” na resolução e não compreendeu a proposta de seus colegas. Entretanto, quando questionado pela pesquisadora, que interveio no sentido de diminuir o ritmo da resolução para que Teo pudesse acompanhar, este demonstrou que compreendeu a situação e aplicou a propriedade comutativa para mostrar o seu raciocínio: $4 \times 5 = 20...20 \times 6 = 120$.

Quanto à escala de valores atribuída pelos sujeitos para o registro das expressões, constatou-se uma preocupação com o registro de expressões que utilizassem operações como a multiplicação e a divisão, consideradas “mais elegantes”, pelos sujeitos. No episódio abaixo nota-se essa preocupação:

Gab: 3.

Mar: *Ó $1 + 1 + 1$ (risos)*

Gab: *$0 \times 3 + 3$*

P: *Não tem 0 no dado.*

Gab: *É...é que eu pensei numa coisa mais complexa!*

Ra: *$2 + 1 \times 1$*

Mar: *Uma coisa mais complexa!!! O que que é isso! $1 \times 1 + 2$...(risos)*

Gab: *É, eu pensei.. $6: 6$, dá $1...1 + 2? 3$*

P: *Por que que dividir é mais complexo?*

Gab: *Ah...não sei!*

Mar: *Não tem nada de mais complexo...é tudo a mesma coisa, qualquer um tem que fazê a conta.*

Gab: *É mais diferente do que a gente faz...não que é mais difícil.*

Novamente se observou que, na busca por expressões “mais complexas”, os sujeitos puderam construir várias possibilidades de jogadas.

Situação semelhante ocorreu no G2, onde os sujeitos utilizaram a estratégia de Gab e Mar para fixar o par $6 \times 5 = 30$ e foram somando e subtraindo. Jo, inclusive, ao final da situação descrita abaixo, justificou a aplicação desta estratégia para a pesquisadora, prevendo até em qual situação seria possível utilizar essa estratégia, ou seja: $6 \times 5 + 6 = 36$. Neste grupo, Mari se mostrou bastante “perdida” com a resolução dos colegas:

P: *Então, vamo lá o 28...Como você faria? (estimulando a participação de Mari)*

Mari: *$5 \times 4 + 8$*

Jo: *Não tem 8 no dado, Mari...Se liga!*

Mari: *Deixa eu vê! 5×6*

Jo: *Vezes 1, já conseguiu o 30.*

P: *Deixa a Mari pensar...Quanto é 5×6 ?*

Mari: *30*

P: *E pra fazê o 28?*

Mari: *Eu quero o 35, tá? Eu faço $5 \times 6 + 5$*

P: *E pra fazê o 28, você não tem nenhuma outra idéia?*

Mari: *Com o 5×6 , não...Eu já tenho mais, deu 30!*

P: *E você não teria como diminuir o número?*

Mari: *Com o dado, não dá!*

Ju: *Já ajudou bastante, porque só aí a gente já conseguiu o 30, que é $5 \times 6 \times 1$ e o 28...*

Isa: *Esse daqui eu gostei da resposta, é $5 \times 5 + 3$*

Ju: *Menos 3...*
 Jo: *Mais 3. $5 \times 5 + 3$*
 Ju: *Ah...ta*
 P: *Como é que você tinha pensado? (dirigindo-se à Ju)*
 Ju: *$5 \times 6 - 2$*
 P: *Mari, você entendeu o que a Ju fez?*
 Mari: *Acho que sim.*
 Jo: *Agora é o 34... $5 \times 6 + 4$*
 P: *Por que que você está sempre usando o 5×6 ?*
 Jo: *Ué, porque dá 30...é só ir somando ou subtraindo...podia dá até 36, $5 \times 6 + 6$*

Os resultados mostraram que, mesmo depois de várias jogadas, Mari resistiu à utilização de subtração e divisão. Ela insistiu em encontrar soluções sempre com a adição e a multiplicação. Pode-se inferir que essa dificuldade tenha sido de dois tipos: cognitiva, no sentido de apresentar uma certa dificuldade em operar inversamente com as operações e/ou afetiva, representando uma dificuldade em lidar com as situações de “perda” (subtrair, diminuir).

O processo de discussão matemática descrito a seguir possibilitou uma reflexão sobre as várias composições e decomposições dos números, as propriedades numéricas e a inversabilidade das operações. A pesquisadora interveio no sentido de chamar a atenção dos sujeitos para a estratégia que facilitava o cálculo de obtenção dos números:

Ju: *Como é que faz pra chega no 100? $5 \times 5 \times 4$? É porque, assim, se você faz 5×4 dá 20, agora precisa de 5, aí $5 \times 5 \times 4$*
 Jo: *É... 25×4 ... Mas, qual você quer?*
 Ju: *120..*
 P: *Se você contar de 25 em 25, você vai chegar no 120?*
 Jo: *Ó, calma aí...pega o 120 e divide por 3...por 4*
 Ju: *Não, mais olha... 5×4 , dá 20*
 Mari: *De 25 em 25 não dá pra chega no 120*
 Jo: *Então 5×5 , não dá pra chega em 120... 36×4 . Quanto dá?*
 Isa: *Olha é $5 \times 4 \times 6$.*
 Jo: *É, ué... 5×4 é 20, 20×6 , 120*
 Ju: *Ah...ta.*
 Isa: *Agora, 144*
 Ju: *Não tem como chega em 144 com 2 números*
 Isa: *144 com 2 números?*
 P: *Qual é a operação, nesse caso, que faz aumentar o número do dado?*
 Jo: *6×6 , que é 36*
 Ju: *5×6 , dá 30... 5×5 , dá 25*
 Jo: *Não pode de 25, não tem como colocá 4 no final*
 Ju: *19, não não dá*
 Jo: *É 24 vezes alguma coisa... vezes 6.*
 P: *Quanto é 24 vezes 6?*

Jo: 24,..Dá 144.

P: Por quê?

Jo: Olha, 6×4 é 24.. $\times 6$, quando era o 20, dava 120, mais 6×4 , 24, dá 144.

Na resolução da situação-problema descrita acima, os sujeitos utilizaram, em vários momentos, o conceito de divisibilidade. Jo, inclusive, concluiu o raciocínio de forma brilhante, estabelecendo a seguinte equivalência: $6 \times 4 \times 5 = 120$, porque 4×5 é 20 e vezes 6 é 120; $144 = 120 + 24$, portanto $144 = 6 \times 4 \times 5 + 6 \times 4 = 6 \times 4 \times (5 + 1) = 6 \times 4 \times 6$.

O pensamento algébrico desencadeado por Jo na situação acima, contém a estrutura de uma fatoração algébrica, conteúdo que não tinha sido sistematizado com esses sujeitos em situação escolar. Essa forma de fatoração foi diferente da apresentada por Ju, quando fez $100 = 5 \times 5 \times 4$, pois se tratava de uma fatoração aritmética, conteúdo dominado pelos sujeitos. Nota-se que uma mesma situação-problema de jogo propiciou a construção (fatoração algébrica) e o resgate (fatoração numérica) de conceitos matemáticos. Nota-se que no jogo o conteúdo desenvolvido pode ser o mesmo da Matemática tradicional, entretanto a forma como é trabalhado é que diferencia. Por exemplo, na situação descrita, o pensamento aritmético representou um caminho para a formulação algébrica do sujeito, representando uma generalização do conceito (observação da regularidade) a uma nova linguagem (linguagem algébrica).

A pesquisadora interveio no sentido de trabalhar com uma das noções de divisão que foi a idéia de “quantos cabem”. Ou seja, ao propor o questionamento: “- *Se você contar de 25 em 25, você vai chegar no 120?*”. A pesquisadora buscou resgatar o conceito de “quantos grupos de 25 cabem em 120?”. O importante ao resgatar esse raciocínio foi o de propor aos sujeitos uma estratégia de obtenção dos números pela divisibilidade e a utilização de uma das idéias relacionadas ao conceito de divisão: calcular o resultado a partir da inversibilidade da multiplicação. Esta intervenção realizada pela pesquisadora teve, como objetivo, chamar a atenção de Mari, que havia demonstrado, em situações anteriores, grande dificuldade em trabalhar com as operações inversas.

Na situação 3, em que foi proposto desenvolver um processo de análise de possibilidades, os sujeitos dos dois grupos obtiveram as respostas corretas, simulando as jogadas no tabuleiro. Observou-se que, tanto no G1, quanto no G2, os sujeitos construíram as mesmas sentenças no item b. Não houve uma preocupação em registrar com rigor as sentenças (registro de cálculo mental).

G1:

$$\begin{array}{l} 5 \times 6 + 5 \\ 4 + 3 \times 5 \\ 5 + 2 \times 5 \\ 1 + 6 \times 5 \end{array}$$

G2:

$$\begin{array}{l} 1-) 5 \cdot 6 + 5 = 35 \\ 2-) 4 + 3 \cdot 5 = 35 \\ 3-) 5 + 2 \cdot 5 = 35 \\ 4-) 6 + 1 \cdot 5 = 35 \end{array}$$

No G1, os sujeitos se apresentaram bastante interessados com a resolução dos problemas, demonstrando uma certa facilidade.

Teo: (lê a situação 3) – (os colegas vão preenchendo no tabuleiro as casas indicadas. É interessante observar que foram variando as cores)

Mar: 34

Gab: 35

P: *Teo você tá acompanhando aqui?*

Teo: *To tentando....Mais ou menos.*

Gab: *Onde a gente tem que coloca a pecinha pra ganha mais pontos?*

Teo: *Colocar na maior casa que tá sobrando...*

P: *E qual é a maior casa?*

Teo: 180.

Gab: Não....

P: *Como é que você ganha pontos, Teo? Não é em quantas peças você encosta?*

Teo: É.

P: *Então. Onde seria nesta situação de jogo?*

Teo: (aponta o 35)

P: *Por que é o 35?*

Teo: *Ganha 1, 2, 3, 4,...pontos*

Gab: *Então anota aí Teo. 35!*

Teo: (lê a letra b)

Gab: *Que número? 35?*

Mar: *5 x 5 dá 25...*

Gab: *Não, 5 x 3,...*

Mar: *5, 6, 5*

Gab: *É...é 5 x 6 + 5*

Mar: *Marca aí, Teo...É 5 x 6 + 5*

Gab: *Aqui precisa de quanto mesmo? Precisa de...de 7... 4 + 3 x 5*

Mar: *Agora tá fácil....2 + 5 x 5. Olha! Pra faze os outros é só aumentar um aqui (apontando pra segunda parcela) e diminui um aqui (apontando pra primeira parcela)*

(Mar trabalha com a família do número 7... variando as situações)

Gab: *Boa idéia....5 + 2 x 5. Que emoção!...Agora 1 + 6 x 5, muita emoção!!! Gostou agora, hein P?*

Ra: *Legal isso! Muito fácil.*

Mar: *Ah, mas agora quem descobriu a lógica fui eu!*

Gab: *Ta, quem descobriu um jeito mais fácil fui eu! De perceber que era 7 x 5....Esse nós descobrimos juntos!*

P: *Você entendeu o que eles fizeram Teo?*

Teo: *Normal. São as 4 maneiras.*

P: *Por que você não ajuda eles a fazerem?*

Teo: *Porque não dá tempo! E quando eu falo alguma coisa eles ficam dando risada!*

P: *Vamos tentar trabalhar em conjunto? Que tal vocês dividirem o que estão pensando com o Teo e a Ra?* (dirigindo-se ao Mar e Gab)

No episódio descrito acima, Gab e Mar conseguiram estabelecer raciocínios complementares e construíram a resolução do problema, juntos. Gab observou que 35 era 7×5 e Mar buscou definir as diferentes possibilidades de conseguir 7, adicionando dois números. Sua estratégia envolveu a construção da família do número 7 ($5 + 2$, $6 + 1$ e $4 + 3$).

Ra e Teo acompanharam, mas não deram conta de acompanhar o raciocínio dos dois. Ra ainda compreendia e até arriscava soluções e não se incomodava com a rapidez dos colegas, pois acabava acompanhando. Mas Teo ficava bastante “perdido” e se irritava com os colegas que não respeitavam o seu ritmo. O trabalho em grupo, muitas vezes, recai nesta problemática. Tem-se que, para este tipo de trabalho, a heterogeneidade, na sala de aula, de ritmos, de capacidades é bastante útil para que cada aluno seja capaz de contribuir naquilo que é mais competente. Entretanto, pode-se ter desvantagens quanto a isso, como é o caso da situação acima, em que Teo não conseguiu participar. Disto decorre a necessidade de intervenção do professor, orientador da ação, resgatando a necessidade do desenvolvimento de um trabalho cooperativo, onde as possibilidades de “descobertas” possam ser socializadas.

No G2, foi necessária a intervenção da pesquisadora para a definição de uma lógica de resolução. Os sujeitos buscaram determinar o 35, aleatoriamente, sem um sistema. Novamente, Mari foi o sujeito que apresentou maior dificuldade em se envolver na resolução.

Isa: (lê a letra b)
 Jo: *Eu sei uma!*
 P: *Faz uma solução cada um.*
 Jo: *Eu sei...Faz $5 \times 6 + 5$*
 Ju: *Ah, a que eu ia fazê!*
 Jo: *Que sacanagem, eu queria fazê mais*
 Isa: (risos) $6 \times 5 + 5$
 Ju: *Não pode, é a mesma!*
 P: *Vai Mari, pensa você agora.*
 Mari: *Tô pensando... 5×5 , mais...*
 Jo: *Eu sei uma!*
 Mari: *Não dá! Eu tava pensando em fazê a conta ao contrário. Ah, eu desisto...Não tem 9 no dado!*
 P: *Por que você queria o 9?*
 Mari: *Pra somar... (Erro de cálculo da Mari $25 + 9$ não é 35)*
 Jo: (escreve $4 + 3 \times 5$)
 P: *O que ele fez aí?*
 Mari: $4 + 3 \times 5$?
 P: *Isso, quanto é $4 + 3$?*
 Mari: *É...7*
 P: *E aí, o que ele pensou?*
 Mari: *vezes 5.*
 P: *Quanto é 7×5 ?*
 Mari: *40?*
 Jo: *Não Mari...faz 5, 10, 15, 20...*
 Mari: *Ah, 35.*
 Jo: *Ai agora ta muito fácil!!!*
 Isa: 7×5 ...
 Ju: *Mais não tem 7 no dado!*
 Isa: *Não, $5 + 2 \times 5$*
 Ju: *Está sempre vezes 5. É alguma coisa vezes 5*
 P: *O que que é que vezes 5 dá 35?*
 Ju: 7
 P: 7×5 é 35. *Então a soma desses 2 só pode dar quanto? (a pesquisadora mostra a solução $4 + 3 \times 5$)*
 Ju: 7
 P: *Então, se a soma desses dois tem que dar 7, para que vezes 5 dê 35...quem são esses dois números?*
 P: *Já foram $5 + 2$ e $4 + 3$*
 Ju: *Já não foi mais algum?*
 P: *Não.*
 Jo: $6 + 1$!
 Ju: *Então, é $6 + 1 \times 5$*
 P: *Então fala mais algum...Será que tem?*
 Ju: *Não, Porque 7 é $6 + 1$, $5 + 2$ e $4 + 3$...depois ia ser $3 + 4$, que é igual.*

A intervenção da pesquisadora na situação descrita acima apresentou dois aspectos importantes. O objetivo da intervenção foi de garantir que todos os sujeitos participassem da resolução, por isso a pesquisadora determinou que cada sujeito construísse uma sentença. Entretanto, essa dinâmica proposta limitou a ação de alguns sujeitos, como Jo, que insistiu o

tempo todo em participar mais e encontrar novas sentenças. A maneira encontrada por Jo para essa participação foi registrando as expressões que encontrava, enquanto a pesquisadora intervinha na resolução de Mari.

Um outro aspecto da intervenção foi no sentido de mostrar para os sujeitos o encaminhamento da resolução, sistematizando e fazendo-os perceber que a lógica era sempre encontrar as somas de 7, para fazer vezes 5.

Portanto, nas situações de pesquisa, ou mesmo em sala de aula, as intervenções realizadas pelo orientador da ação podem vir a ser construtivas, atingindo o objetivo educacional da formação dos conceitos, ou limitam a ação dos sujeitos e reduzem o desafio da atividade proposta, podendo prejudicar o processo de formação de conceitos. Este é um dos aspectos que devem ser ressaltados no processo de formação de professores, principalmente. Conforme foi discutido no Capítulo I, é necessário conscientizar o futuro professor sobre as formas de intervenção pedagógica a serem realizadas na sala de aula e o que caracteriza uma “boa intervenção pedagógica”. Mais importante do que vivenciar diferentes estratégias de ensino, saber sobre o desenvolvimento cognitivo dos seus alunos, discutir os objetivos da educação ou mesmo os conteúdos a serem trabalhados na sala de aula, é garantir que esses conteúdos e estas estratégias sejam orientados por um profissional capaz de realizar uma boa intervenção pedagógica coerente, com os objetivos educacionais que pretende atingir.

Situações-problema 2 e 5: antecipação e previsão em jogadas simuladas:

Nas situações-problema 2 e 5, abaixo descritas, objetivou-se estimular os sujeitos a realizarem previsões e antecipações numa jogada definida, através da análise de possibilidades na definição da resposta.

Situação 2: Um jogador já tirou 5 em um dos dados. Quanto ele precisa tirar nos outros dois dados e quais operações precisa fazer para que possa colocar sua peça na casa 28?

Situação 5: Liste todas as possibilidades distintas de se conseguir o número 22, segundo as regras do jogo.

Para a situação 2, foram apresentadas duas soluções distintas, por cada grupo: G1: $6 \times 5 - 2$ e G2: $5 \times 5 + 3$. No G2, Jo apresentou, verbalmente, as duas possibilidades de solução, mas Isa só registrou a segunda. No G1, Gab e Mar continuaram dominando a situação:

Teo: (lê a segunda situação)

Gab: 5...

Mar: 4 e 6, *ele precisa tirá.*

Gab: *Ã?*

Mar: 4 e 6...*lembra daquela situação, lá no jogo? Ah não...lá era pra conseguir o 29.*

(Nesta situação os jogadores resgatam as jogadas anteriores....)

Gab: *Não. É 6 e 2 que ele precisa tira.*

P: *Teo você entendeu a situação?*

Teo: *Não.*

P: *Gente, vamos ajudar o Teo a entender o que está pedindo o problema?*

Gab: *É assim....Tem que tirar 28, ele já tirou 5, quanto que falta pra dá 28?*

Teo: *Ele precisa chegá no 28?*

P: *Isso, ele já tirou 5, quanto que falta pra chega no 28?*

Gab: 6 e 2, *ó $6 \times 5 - 2$ (mostra escondido para a pesquisadora)*

Teo: *Eu já ouvi...é 6 e 2*

P: *E por que que com 6 e 2 chega em 28?*

Teo: *Não faço a mínima idéia.*

P: *Pensa um pouquinho!*

Teo: *Faz subtração?*

P: *Que subtração?*

Teo: *Não sei!....(Escreve 6×5)*

P: *Quanto é 6×5 ?*

Teo: 30

P: *E o que você tem que fazê pra chegá no 28?*

Teo: *Menos 2.*

Já que estas duas situações-problema foram semelhantes às situações vivenciadas pelos sujeitos, durante as partidas, os dois grupos não apresentaram dificuldades na resolução, embora, conforme descrito acima, no G1, Teo conseguiu resolver, mas em outro ritmo de seus colegas, necessitando da intervenção da pesquisadora para organizar seu raciocínio.

Na situação 5, no G1, os sujeitos foram capazes de encontrar 6 soluções distintas, conforme o registro abaixo:

G1:

$6 + 5 \times 2$	$4 \times 4 + 6$
$5 \times 4 + 2$	$6 \times 4 - 2$
$5 \times 5 - 3$	$6 \times 3 + 4$

Na discussão processada para a determinação destas soluções, muitos conceitos anteriormente trabalhados com os sujeitos foram resgatados, como, por exemplo, a divisibilidade dos números e números primos.

Gab: (lê a próxima atividade em voz alta) 22. *Eu sei uma é $6 + 5$, que é 11×2*

Mar: *Vamo começá a usa a nossa regra...aquela... $4 + 5$...Não, é 9*

Gab: $5 \times 4 + 2$... $5 \times 5 - 3$

P: *Tenta achar algum...Ra e Teo.*

Gab 4×4 é 16, certo?Então é $4 \times 4 + 6$

Teo: *Eu preciso de calculadora pra fazê esse problema...*

P: *Por quê?*

Teo: *Porque tem que fazer muita conta...cansa É difícil fazê antes do Gab.*

P: *Usando subtração...Quais poderiam ser?*

Ra: $6 \times 5 - 8$?

P: *Como você vai tirar 8 no dado?*

Ra: (risos) *Esqueci de novo!*

Mar: (raciocinando) *A primeira possibilidade foi $6 + 5 \times 2$*

Mar: *Você faz 5×3Ah não.*

Gab: *Não dá pra dividir 22 por 3.*

P: *Por quê?*

Gab: *Porque $2 + 2$ é 4...não dá pra dividi por 3 (utiliza a regra de divisibilidade por 3 - resgate de conceitos)*

Mar: *A gente tem que arranjar um cálculo de vezes ou mais que dê 11, pra gente fazer vezes 2.*

Gab: *De vezes não dá.*

P: *Por que o cálculo de vezes não dá com 11?*

Gab: *Porque 11 é primo, só tem 11×1 . Tem que arranjá de mais...que só tem o $6 + 5$*

Mar: $6 + 6$, 12

Gab: 3×8 , que dá 24...menos 2

Mar: *É, legal!*

Ra: *Ã, Ã...não tem 8 no dado.*

Mar: *Vamo tentá o 44, daí a gente divide por 2. A gente passa do número e depois divide. É uma boa não?*

Gab: 44 é.... 6×5 6×6

Mar: 36, não

Gab: *Não vai dar certo...O máximo é 36. Eu sei que não dá certo!*

P: *E agora? Multiplicar não dá, nem somar....*

Ra: *Eu acho que não é isso aí....*

Mar: *É claro que dá!*

Ra: 6×424 menos 2.

Gab: *Isso, anota aí.*
P: *Será que tem mais alguma possibilidade?*
Mar: *Tem...claro que tem. É só tenta dividi...Se a gente conseguir chegar com 2 números no 44...*
Gab: *Com qual?*
P: *Qual é o maior número que vocês conseguem chegar multiplicando dois números?*
Gab: *36...No 44 a gente não chega nunca!*
Gab: *6×3 ...18, mais 4...22. Cabo.*
Ra: *Tem alguma coisa a ver com o número que tem nos dados?*
P: *Como assim?*
Ra: *No dado só tem 6 números e deu 6 possibilidades...*
Gab: *Não, não tem nada a ver. Não inventa!*
Gab: *Vamo pará por aí?*
Mar: *Isso é muito chato....Como é que eu sei se acabo?*
Gab levanta do grupo e vai pra outro grupo....
P: *Como vocês poderiam saber isso?*
Mar: *Ah! Eu acho que é porque a gente já tentou pra todas as operações...Não têm mais como...Vamo pro próximo.*
Gab volta.
P: *Onde você foi Gab?*
Gab: *Fui ver naquele outro grupo se a gente é que conseguiu chegar em todas as possibilidades. Se eles acharam alguma que a gente não achou.*
Teo: *Ele quer vencer todos os grupos....*
Gab: *Não...eu quero sabê só se alguém chegou em algum número diferente.*
Teo: *E daí?*
Gab: *Não...Os grupos quase nem chegaram onde a gente tá.*

O episódio mostrou o processo de levantamento de hipóteses realizado pelos três sujeitos Gab, Mar e Ra. Teo apenas registrou. Para a solução do problema, eles foram propondo diferentes estratégias de resolução, explorando as várias combinações possíveis das operações, argumentando e deduzindo. Gab foi utilizando todas as ferramentas matemáticas que ele dominava para contra-argumentar as hipóteses de Mar. Mostrou que 22 não era divisível por 3, porque a soma de seus algarismos não dava um número divisível por 3 (regra de divisibilidade) e contra-argumentou Mar, quando este propôs encontrar dois números que, multiplicados, dessem 11, pontuando que 11 era um número primo, portanto só poderia ser fatorado como 11×1 . Essa discussão matemática processada, foi extremamente rica para o resgate de conceitos matemáticos, sistematizados pela escola. Além de ter representado um bom exercício de investigação matemática: levantamento de hipóteses, análise dos dados, contra-argumentação, tomada de decisões e deduções. Gab ainda buscou ter certeza de que encontrou todas as possibilidades, comparando as soluções que o grupo encontrou com as de outros grupos da sala de aula,

representando mais um exemplo de interferência dos outros grupos na solução dos problemas dos sujeitos.

Nota-se, no episódio, o pedido de Teo por uma calculadora para poder acompanhar o raciocínio dos colegas. Udina Abelló (1992) discute a importância da utilização da calculadora como forma de motivação do sujeito que se sente discriminado, diante do grupo, devido às dificuldades que apresenta na resolução dos cálculos. Neste sentido pontua que:

“Um dos principais problemas no ensino, que damos às matemáticas, é a abrangência adequada dos diferentes níveis que apresentam os alunos. A calculadora dá-nos uma pequena ajuda neste sentido, ao aluno desmotivado pelos seus fracassos no cálculo, damos-lhe uma oportunidade de trabalhar deixando à margem suas dificuldades operatórias, que provavelmente resolverá melhor com a ajuda de uma máquina.” (Udina Abelló,1992:p.52)

Embora a proposta da atividade valorizasse o cálculo mental, talvez uma forma de aproximar Teo das soluções propostas por Gab e Mar e acompanhadas por Ra, pudesse ter sido a permissão para a utilização da calculadora. Em situações de sala de aula de Matemática, esta poderia ser uma estratégia de incentivo à resolução dos problemas por sujeitos como Teo e Mari que apresentaram grande dificuldade de acompanhar o trabalho em grupo e, utilizando a calculadora, possivelmente seriam capazes de contribuir com o grupo.

No G2, os sujeitos identificaram somente 5 soluções distintas para a situação-problema 5:

1-) $5.4 + 2 = 22$ 5) $5 + 6.2 = 22$
2-) $5.5 - 3 = 22$
3-) $4.4 + 6 = 22$
4-) $4.6 - 2 = 22$

Na discussão processada, os sujeitos do G2 não se preocuparam muito em garantir que todas as possibilidades de obtenção do número 22 fossem conseguidas. Foi necessária a intervenção da pesquisadora para ressaltar o objetivo da questão que era a discussão sobre como analisar se as possibilidades encontradas esgotavam a solução.

Isa: *Vamo pra próxima...(lê a situação 5)*
 Isa: *4 x 5 mais... + 2*
 Mari: *5 x 5 menos....O que que é?*
 P: 22
 Mari: *5 x 5...menos 4. Espera!*
 Jo: *Você nem sabe quanto é 5 x 5!*
 Mari: *Menos...3*
 Jo: *Nossa! Vai chover! A Mari conseguiu!!!*
 Jo: *4 x 4 + 6*
 Mari: *Ehhh, 22*
 Jo: *6 x 4 é 24...*
 Ju: *6 x 4 é 24...menos*
 Jo: *2 é 22*
 Jo: *Pronto, vamo pra situação 6*
 P: *Peraí, vocês já acharam todas as possibilidades?*
 Ju: *Faz de conta que sim.*
 P: *Não, daí vocês não estão respondendo corretamente a questão...Vamos ver se já foram todas as possibilidades.*
 Ju: *Olha o primeiro foi 5 x 4 + 2, o segundo 5 x 5 - 3, o próximo foi 4 x 4 + 6 e o próximo foi 4 x 6 - 2*
 Jo: *Todos tem 4*
 Ju: *Não, a segunda não tem 4.*
 Ju: *Tem que ser 5 vezes alguma coisa, mais ou menos alguma coisa. Não tem como, porque 5 x 3, falta muito...7 e 5 x 6, 30 tem que tirar 8..Não dá.*
 Jo: *4 x 3...não dá, falta 10...4 x 5...já foi...*
 Jo: *Eu sei! 5 + 6 x 2. Pronto, já achamos todas. Não dá mais com essas operações, só se pudesse usá potência.*

Para garantir que todas as possibilidades fossem encontradas, os sujeitos começaram a levantar hipóteses do tipo: “todas as soluções têm 4”, e logo foram analisando tais hipóteses, até concluírem que já haviam esgotado todas as possibilidades.

Mari se manteve distraída boa parte da discussão dos colegas. Mas, quando ofereceu um palpite correto, Jo demonstrou espanto por ela ter conseguido resolver. Na verdade, os sujeitos desse grupo tentaram, em vários momentos de jogo ou mesmo da resolução dos problemas, envolver Mari na resolução, mas ela se limitou a dar alguns poucos palpites ou sugestões quase sem sentido, sempre buscando chamar a atenção da pesquisadora (questão afetiva – baixa auto-estima).

Situação-problema 4: Hipótese sobre o jogo. Valor máximo:

A situação 4 representou uma situação imaginária sobre o jogo. Propôs uma hipótese. O objetivo foi de verificar se os sujeitos eram capazes de analisar uma possibilidade de jogo, “fora” do objeto concreto do próprio jogo e se eram capazes de determinar o valor máximo possível de se obter na situação de jogo.

Situação 4: Qual o número máximo que poderia constar no tabuleiro? Justifique a sua resposta.

Os dois grupos, G1 e G2, foram capazes de resolver o problema corretamente, ou seja, $6 \times 6 \times 6$. No G1 houve a preocupação de fazer o cálculo, ou seja, chegar ao resultado: 216. No G2, os sujeitos não fizeram o cálculo, deixando indicada a conta: $6 \times 6 \times 6$. Por outro lado justificaram a resposta: “*porque se for um número maior, não dá para tirar no dado*”.

O que surpreendeu na resolução desta situação-problema foi a discussão matemática processada, pois os sujeitos, embora pudessem efetuar os cálculos no papel, já que dispunham de papel e lápis para isso, preferiram calcular mentalmente, tornando a discussão bastante rica em termos das estratégias adotadas para a resolução.

Por exemplo, no G1 ocorreu o seguinte episódio:

Gab: *Qual o número máximo de que, de pontos? De pontos que pode ganhar numa jogada?*

P: *Qual o maior número que poderia existir no tabuleiro?*

Gab: *Infinito.*

P: *Infinito? Você consegue nos dados qualquer número?*

Gab: *Ah tá...*

Mar: *É 180.*

Gab: *Não, é $6 \times 6 \times 6$*

P: *Então, qual é o maior número possível?*

Gab: *Dá... $6 \times 6 \dots 36 \dots 72 \dots$*

Mar: *Pensa bem.*

Gab: *Não, eu perdi a conta!*

Teo: *18 mais 18...*

Gab: *Já sei $36 \dots 72$, 72 mais $36 \dots 70$, 80 , 82 , não é? $88 \dots$ É 108 , quer dizer!*

Teo: *$36 \dots \times 6$*

Gab: *$98 \dots 98 \times 2$, 196*

Mar: *$36 + 36$ dá $72 \dots$*

Gab: *Dá cento...*

Ra: *Dá 180.*

P: *Por que Ra?*

Ra: *Porque é o maior número que tem aqui.*

P: *Mas a pergunta é até que número que poderia constar no tabuleiro, ok?*

Ra: *Ah tá!*

Gab: *Perdi a conta de novo!...É 196?*

P: *Que tal pegar um papel, então pra registrar o que vocês estão pensando?*

Gab: (insiste) *196...*

Mar: *246. Olha $36 + 36$, é a mesma coisa que 36×2 , 72*

Gab: *Não peraí...rapidinho. 6×6 , $36...36 + 72...$*

Mar: *Não! Pensa, se 72 é $36 \times 2...é 2! 72 + 72$, vai ser 4, mais $72...É só faze $72 + 72 + 72$.$*

Gab: *216. Na minha conta é 216.*

Mar: *244.*

Gab: *$72 + 36...216$, tá certo!*

Durante a discussão processada, o desafio inicial foi rapidamente solucionado por Gab: $6 \times 6 \times 6$. O desafio maior passou a ser calcular resultado desta multiplicação, mentalmente. Mesmo com a intervenção da pesquisadora para que registrassem os cálculos no papel, já que Gab reclamava o tempo todo que “perdia as contas”, Gab e Mar insistiram em calcular o resultado mentalmente. Desta discussão, surgiram duas estratégias diferentes para o cálculo de $6 \times 6 \times 6$. Mar elaborou a seguinte estratégia:

$$(6 \times 6) \times 6 = 36 \times 6 = (36 \times 2) \times 3 = 72 \times 3 = 72 + 72 + 72$$

Nesta estratégia, Mar utilizou as propriedades do conjunto dos números naturais, como: associatividade e comutatividade, além da fatoração numérica e conceito de multiplicação.

Gab elaborou outra estratégia, para o mesmo problema:

$$6 \times 6 \times 6 = 6 \times 6 \times (2 \times 3) = (3 \times 6 \times 6) \times 2 = (1 \times 6 \times 6 + 2 \times 6 \times 6) \times 2 = (36 + 72) \times 2$$

Gab utilizou na sua estratégia os mesmos conceitos que Mar e mais a propriedade distributiva.

As duas estratégias aplicaram conceitos importantes dentro das propriedades dos números e demonstraram grande habilidade dos dois sujeitos no desencadeamento do cálculo mental. A discussão prosseguiu, pois o trabalho foi em grupo e cada um dos sujeitos procurou convencer os outros de que a sua estratégia era melhor. Portanto, a discussão a seguir representou a análise dos sujeitos para a seleção da melhor estratégia, ou seja, aquela que fazia menos cálculos:

(Gab e Mar começam a discutir porque Teo tenta resolver o problema. Mar busca convencer Teo de que na sua estratégia tem que fazer menos contas)

Teo: *36 + 36 é 72, e tem mais 36 pra ser 3 vezes.*

Mar: (insiste) *faz com 72 que é mais fácil!*

Teo: *O Mar fica gritando na minha orelha e eu não entendo.*

Mar: *Não...é que do meu jeito é muito mais simples!*

Gab: *Mas, deixa ele fazê...Eu pensei assim.*

Mar: *Tem que fazer menos contas...É mais simples*

Gab: *Pode até fazê menos contas, mas a conta fica mais difícil, você tá deixando difícil e eu to facilitando....*

Gab: *Entendeu Teo?*

Teo: *É fácil assim...do jeito do Gab.*

A seleção da estratégia mais fácil perpassou por uma série de critérios e elaborações pessoais dos sujeitos, pois a estratégia mais fácil é aquela em que se efetuam cálculos para encontrar resultados que já são de domínio daquele sujeito. Talvez para Mar fazer o triplo de 72 fosse mais fácil, enquanto que para Gab encontrar o dobro de números que foram somados, fosse mais fácil. A verdade é que a definição destas estratégias sofrem influências dos “estilos cognitivos” de cada sujeito e de seus conhecimentos sobre resultados anteriores e sistemas construídos.

Devido a toda essa polêmica, provavelmente os sujeitos não conseguiram chegar a um acordo de registro e acabaram por responder somente com o resultado do cálculo: 216, sem mostrar as estratégias de determinação da resposta.

No G2, a resposta $6 \times 6 \times 6$ foi rapidamente definida por Jo. Mas o cálculo da expressão não foi realizado, apenas a estimativa definida por Jo, de que era maior que 108 e outra definida por Mari, de que o número terminaria em 6, porque 6×6 era 36.

Isa: (lê duas vezes a situação-problema 4)

Ju: *Que não fosse o 180?*

Jo: *Já sei...é o 6, dá $6 \times 6 \times 6$, o máximo que poderia ser no tabuleiro.*

Ju: *Dá 108!*

P: *Dá menos ou mais que 180?*

Jo: *Dá mais, porque 180 é $6 \times 6 \times 5$*

Ju: *Ah, dá um número grande...Vamo pro próximo.*

Jo: *Daí se for mais do que isso não dá pra tirar no dado.*

Mari: *É $6 \times 6 \times 6$... 6×6 é 36... $\times 6$Eu sei que termina com 6*

P: *Por que que termina com 6?*

Mari: *Porque 6×6 é 36...*

Situações-problema 6 e 7: Estratégia do máximo e do mínimo:

Nas situações-problema 6 e 7 foram definidas as condições para a obtenção dos menores e maiores números possíveis, utilizando as regras do jogo e fixando as operações a serem utilizadas. O objetivo destas duas atividades foi de explorar situações com condições pré-definidas, representando um limitador para a realização dos cálculos. Além disso, o incentivo à estratégia de determinação dos números máximo e mínimo, como estratégia de resolução das situações-problema de jogo e a observação de como os sujeitos manipulavam as operações, segundo cada desafio proposto. A exploração de tais situações permitiu a aplicação de muitas propriedades aritméticas, tais como: o elemento neutro, a comutatividade e distributividade.

Situação 6: Qual é o menor número do tabuleiro que se pode obter, utilizando:

- a) Uma adição e uma subtração? (Obs: Não necessariamente nesta ordem)
- b) Uma divisão e uma adição? (Válida a observação)
- c) Uma multiplicação e uma adição? (Válida a observação)

Situação 7: Qual é o maior número do tabuleiro que se pode obter, utilizando:

- a) Somente subtrações?
- b) Somente divisões?
- c) Uma adição e uma multiplicação? (Obs: Não necessariamente nesta ordem)
- d) Uma adição e uma subtração? (Válida a observação)

As respostas a estas questões foram dadas corretamente nos dois grupos investigados. A seguir, apresentam-se os registros das duas situações-problema do G1:

Situação 6 : Qual é o menor número do tabuleiro que se pode obter, utilizando:

a) Uma adição e uma subtração?

(Obs: Não necessariamente nesta ordem)

$$Ri: 0 \quad 1+2-3$$

b) Uma divisão e uma adição? (Válida a observação)

$$4 \div 2 = 1$$

c) Uma multiplicação e uma adição? (Válida a observação)

$$1 \times 1 + 1$$

Situação 7 : Qual é o maior número do tabuleiro que se pode obter, utilizando:

a) Somente subtrações?

$$6-1-1$$

b) Somente divisões?

$$6 \div 1 \div 1$$

c) Uma adição e uma multiplicação?

(Obs: Não necessariamente nesta ordem)

$$(6+6) \times 6 = 72$$

d) Uma adição e uma subtração? (Válida a observação)

$$6+6-1$$

Observa-se na discussão matemática processada neste grupo, o quanto os conceitos foram sendo resgatados no contexto da resolução, como os sujeitos foram encontrando as respostas e justificando-as para os seus colegas de grupo. Da mesma forma que as situações anteriores, Gab e Mar dominaram a situação, Ra forneceu alguns palpites e corrigiu os colegas e Teo, responsável pelo registro se perdeu, às vezes, na resolução dos colegas.

Gab: $1 + 2 - 2$

Teo: $1 + 1 - 2$

Ra: $1 + 2 - 3$

Mar: Não Ra, tem que usa os menores números...

P: Será que são os menores números ou o menor resultado de conta?

Mar e Teo: Ahhhh, dá zero também.

P: Então qual é o menor número que se consegue?

Mar e Gab: Zero

(Nesta situação Teo e Ra chegaram primeiro ao resultado correto, mesmo com o argumento contrário de Mar)

Teo: (lê o próximo item)

Gab: Usando uma divisão????

Mar: Vamo tenta chega em zero!

Gab: *É 1 ou é zero. ...Não, não tem como chega no zero...é 1.*

Gab: *1 + 2 dividido por 2...chega em 1. Porque não dá pra chega em zero.*

P: *Por que não dá pra chegar em zero?*

Gab: *Porque com adição e divisão não dá, não tem subtração, como chega com zero? O menor número do dado é 1, pra dá zero tem que diminuir...e dividindo, dá no mínimo 1. Teria que ser zero dividido e não tem como chegá em zero fazendo mais.*

A intervenção da pesquisadora estimulou Gab a explicar para seus colegas porque sua resposta estava correta. Responder a essa questão é um exercício de reflexão sobre sua própria forma de pensar. Exercícios como esse necessitam ser incentivados em situações escolares, pois auxiliam o sujeito na tomada de consciência sobre suas formas de pensar.

Dando prosseguimento à discussão processada:

(situação 6 – c)

Gab: *Agora é o menor que chega com uma multiplicação e adição...É 2, porque com multiplicação o menor que eu consigo é 1, mais 1, que é o menor, dá 2.*

Teo: *ô louco Gab, você é muito rápido...calma, deixa eu escrever...como fica?*

Gab: (repete a explicação) *Então é $1 \times 1 + 1$*

Teo: (registra e lê a situação 7)

Mar: *É o 18.*

P: *Mas usando somente duas subtrações.*

Teo: *Assim ó, tem dois 6 aqui... $6 + 6 - 1$*

Ra: *Não, não pode usa mais...Não é 4?*

Mar: *Não....Só com subtração, é $6 - 6 - 1$... Não... $6 - 1 - 1$*

Ra: *Então é 4. Yes!*

Mar: *Exatamente, se tirou 6 no dado o máximo que vc. pode conseguir tirando é menos 1, menos 1...dá 4*

P: *Como é que vocês chegaram à essa conclusão?*

Gab: *O maior é 6 e o menor é 1...Então, pra ficar com o maior número, você tira do maior número o menor, certo?*

Teo: (lê o próximo – somente divisões)

Mar: *Tem que ser divisor*

Gab: *O quê? Tem que dividir o menos possível... $6 : 1 : 1$*

Teo: (lê, uma adição e uma multiplicação)

Gab: *6×6 ...Não, $(6 + 6) \times 6$*

Teo: *$6 \times 6 + 1... + 6$*

Gab: *Não, $(6 + 6) \times 6$*

P: *O que que dá maior resultado? $6 \times 6 + 6$ ou $(6 + 6) \times 6$?*

Gab: *É claro que é $6 + 6$...*

Teo: *É 6×6 ...Calma aí...ah não, esse é maior, é verdade!*

Gab: *Por causa que é esse daqui é igual a 6×7 (apontando para $6 \times 6 + 6$) e ali é 6×12 , que é maior*

P: *Por que ali é 6×7 ?*

Gab: *Porque é $6 \times 6 + 1 \times 6$, então dá 7×6 ... $6 + 6$ é 12... $\times 6$, é maior que 7×6 .*

Teo: (lê – usando uma adição e uma subtração)

Gab: *$6 + 6 - 1$*

Ra: Que dá 11

Gab resolveu as situações, com muita facilidade. Mas também se preocupou se os colegas entenderam o seu raciocínio. Uma característica observada, nesse sujeito, foi de que ele sempre se preocupou em responder as questões com alguma justificativa. Sua forma de raciocinar veio sempre complementada pelo porquê do desencadeamento do raciocínio, como que numa tentativa de ser compreendido por todos: seus colegas, a pesquisadora e ele mesmo. Os colegas o respeitavam no grupo e esperavam sua opinião sobre os palpites e raciocínios que desenvolviam.

No G2, Jo exerceu grande liderança nas resoluções das duas situações propostas. Observaram-se os registros das soluções encontradas neste grupo:

Situação 6 : Qual é o **menor** número do tabuleiro que se pode obter, utilizando:

a) Uma adição e uma subtração?

(Obs: Não necessariamente nesta ordem)

$$1+1-2=0$$

utilizando multiplicação e subtração

$$6-6 \cdot 2$$

b) Uma divisão e uma adição? (Válida a observação)

$$1+1 \div 2 = 1$$

c) Uma multiplicação e uma adição? (Válida a observação)

$$1+1 \cdot 1 = 2$$

Situação 7 : Qual é o **maior** número do tabuleiro que se pode obter, utilizando:

a) Somente subtrações?

$$6-1-1=4$$

b) Somente divisões?

$$6 \div 1 \div 1 = 6$$

c) Uma adição e uma multiplicação?

(Obs: Não necessariamente nesta ordem)

$$6+6 \cdot 6 = 42$$

d) Uma adição e uma subtração? (Válida a observação)

$$6+6-1=11$$

Na discussão processada no G2, durante a resolução das situações 6 e 7, a pesquisadora propôs um novo desafio e os sujeitos responderam a esse desafio com uma formulação algébrica bastante interessante (construção do conceito de variável)

Ju: (lê a situação 6)

Jo: *Tem que dá zero... $1 + 1 - 2$*

Isa: *Isso!*

Ju: (lê a letra b, uma divisão e uma adição) $5: 5 - 1$

Jo: *Não, é uma adição*

Isa: $5: 5$...mais...

Jo: *Aí não tem jeito, o menor vai ser 1, não tem como ser 0*

Ju: *Então pode ser $1 + 1: 2$...dá 1*

Ju: (lê a próxima) *Uma multiplicação e uma adição.*

Jo: *Ih...Nem 1 aí vai dá. Porque se usa tudo 1, vai ser... $1 \times 1 + 1$, dá 2 e se for $1 + 1 \times 1$, também é 2...Pra dá menor tinha que ser subtração.*

P: *E se fosse uma multiplicação e uma subtração?* (desafio acrescentado pela pesquisadora ao observar a rapidez com que os sujeitos estavam respondendo àquelas questões)

Jo: *Aí podia ser 0, acho...peráí...*

Ju: $(6 - 6) \times 6$...dava 0, não?

Jo: *Ah, então podia ser $(6 - 6) \times 3$, também...por que não?*

Isa: $6 - 6 \times 5$, ou $6 - 6 \times 4$, qualquer um...dá sempre 0

Neste momento da intervenção, os sujeitos acabaram percebendo a regularidade na obtenção do zero, ou seja, perceberam que o último número podia ser **variável**, um conceito ainda não trabalhado em situação escolar. Esta construção algébrica foi possível de ser formada a partir do desafio proposto pela pesquisadora sobre as situações de jogo. A intervenção da pesquisadora foi mais além, propondo uma formulação algébrica para esse sistema, ou seja, solicitou que representassem essa regularidade observada a partir de uma linguagem própria da matemática: a linguagem algébrica.

P: *Então, como vocês poderiam escrever isso tudo de uma maneira só.*

Jo: *Como assim?*

P: *Todas essas maneiras diferentes que vocês estão variando... $x 5$, $x 4$, $x 6$, não teria um jeito de escrever de um jeito só que representasse todos esses?*

Jo: *Tem,... pode ser, \tilde{a} ... $(6 - 6) \times \dots n$, aí o n podia ser qualquer número.*

Ju: *Isso! $(6 - 6) \times n$. Mas o 6 também podia mudar...Desde que fossem iguais...Podia ser $(5 - 5) \times n$*

Jo: *Então é qualquer coisa assim... $p - p \times n$*

Isa: *Que confusão! É melhor escrever só o $6 - 6 \times n$*

Os sujeitos foram capazes de perceber outra regularidade, ou seja, de que o número 6 na expressão $6 - 6 \times n$, também poderia variar, o que implicou na reformulação da expressão,

acrescentando uma nova variável, a letra p. É interessante observar que, para esses sujeitos, a linguagem algébrica estava bem distante, já que o trabalho escolar com essa linguagem somente ocorreria 2 anos mais tarde (7ª série) e os sujeitos já apresentavam intuitivamente a noção de que a letra necessitaria ser outra, ou seja, que letras iguais representavam números iguais.

Situação 7 – letra a (o maior número somente com subtrações)

Jo: $6 - 1 - 1$

Ju: *Agora, somente divisão.*

Jo: $6: 1: 1$

Ju: *Agora, uma adição e uma multiplicação*

Jo: *Maior? $6 \times 6 + 6$. Não... Calma aí! $6 + 6 \times 6$... Não*

P: *O que você faz primeiro pra aumentar? Soma ou multiplica?*

Ju: *Multiplica, não... soma*

P: *E agora? Soma ou multiplica?*

Jo: *Soma, porque fica 12×6 e não só 6×6 .*

P: *Que dá?*

Jo: *36, ... 72.*

Ju: *(Lê a letra d – uma adição e uma subtração) $6 + 6 - 1$ e fim.*

O trabalho na busca de máximos e mínimos em situações pré-condicionadas, exigiu dos sujeitos a elaboração de estratégias e justificativas criativas que, muitas vezes, numa situação normal de jogo, não podem ser identificadas. Além do que, no caso do G2, a intervenção processada pela pesquisadora estimulou-os à formulação algébrica do conceito de variáveis.

Situação-problema 8: Análise da melhor jogada e da multiplicação por zero:

A situação-problema 8 retomou a idéia de propor um desafio a partir de um jogo simulado, onde ocorreu o “congelamento” de uma partida e o estímulo foi para a análise de possibilidades na escolha da melhor jogada. Na verdade, objetivou-se mostrar que nem sempre a melhor jogada, naquele momento, poderia ser determinada com os valores obtidos nos dados. Foi a percepção de quanto a aleatoriedade do jogo interferiu nesta escolha. Assim, era necessário, aos sujeitos, tomarem decisões sobre a “nova melhor jogada”, tendo em vista a condição: os valores dos dados. Portanto, a situação estimulou a análise de possibilidades com condições pré-definidas.

Nesta mesma situação-problema, buscou-se resgatar a discussão sobre a obtenção do número zero a partir de dois números iguais sorteados. O objetivo de incluir esse desafio, novamente, era de sistematização desta noção.

Situação 8: Situação do tabuleiro (peças colocadas):

VERMELHAS	1 – 2 – 29 – 31 – 34 – 36 – 37 – próximo a jogar
AZUIS	3 – 5 – 32 – 54 – 60 – 64 – 80 – 150

a) Se os números que saíram nos dados foram 5, 5 e 6, qual a melhor jogada a ser feita pelo jogador vermelho? Justifique a sua resposta.

b) Com esses números 5, 5 e 6 é possível chegar ao número 0 (zero)? Justifique sua resposta.

O problema foi resolvido corretamente pelos dois grupos. No G2, os sujeitos se preocuparam em justificar a escolha pelo número 4 e não pelo 30, porque não seria possível obter esse resultado com os números sorteados nos dados, conforme se pôde identificar no registro abaixo:

a) Se os números que saíram nos dados foram 5, 5 e 6, qual a melhor jogada a ser feita pelo jogador vermelho? Justifique a sua resposta.

$$5 + 5 - 6 = 4 = 4 \text{ pontos}$$

porque no 30 (6 pontos) não é possível fazer.

b) Com esses números 5, 5 e 6 é possível chegar no número 0 (zero)? Justifique sua resposta.

$$5 - 5 \cdot 6 = 0 \quad - \text{é possível}$$

Na discussão matemática processada, na resolução desta questão, ficou claro o processo de interação social, com os sujeitos levantando hipóteses, testando-as e sendo corrigidos pelos colegas.

Jo: Calma aí...Precisamos achar o melhor...É o 30

Isa: É 1,2,3,4,5,6 pontos

Jo: *Calma aí...Não dá.*
 Ju: *Não dá.*
 Isa: *Por que Jo?*
 Jo: *Com esses dados não dá 30.*
 Ju: *Então, não é o 30.*
 Jo: *75, 5 x ...*
 Isa: *Pode ser aqui ó, ou aqui... (aponta para o 28, o 4)*
 Ju: *Todos dão 4, então vai ser ou 28, ou 4, ou 75*
 Jo: *É no 4, ó $5 + 5 - 6$. Escreve porque que não dá no 30!*
 Ju: *(Lê a situação b)*
 Jo: *Dá pra chega no 0 sim.*
 P: *Dá? Como?*
 Isa: *$5 - 5 \times 6$*
 Jo: *É $5 - 5...é zero! 0 \times 6 é 0$. Sempre dá quando tem dois números iguais!*
 Ju: *Ah....*

A sistematização desse conceito de como obter o número zero havia sido amplamente discutida na primeira atividade de obtenção dos números, onde Ju não esteve presente, daí a dificuldade em perceber tão rapidamente esse conceito.

No G1, os sujeitos também chegaram a solução para a letra a) como sendo a casa 4, fazendo a expressão: $5 - (6 - 5)$. Houve a preocupação de Gab na colocação dos parênteses:

Gab: *Onde é o melhor lugar é aqui, certo?...No 30.*
 Mar: *Isso! Agora vamo tenta conseguir....*
 Mar: *6×6 , dá 36... 6×5 , dá...25, 30*
 Gab: *É mais e o outro 5? 30 não dá...por causa do 5. Qual outro melhor que não o 30..Pode ser o 4, ou o 66 ou 75*
 Mar: *Pra chega no 30 é $5 + 5$, $10 \times 6 = 60$*
 Gab: *Peraí! Não dá pra chega no 30, daí dá pra ganha 4 pontos aqui, aqui, aqui e aqui (aponta pras possibilidades)*
 P: *Tá, e um deles dá pra chegá?*
 Mar: *Dá...o 75 eu acho que dá. Então vamo tentá chegá em algum... 6×5 ...*
 Gab: *4 , $6 - 5$, $1...5 - 1$ é 4. Então é $5 - (6 - 5)$*
 Mar: *Não, mas perai vamo tenta outro*
 Gab: *Mas tá certo, não tá? Por que tenta outro?*
 Mar: *$6 + ...$*
 Gab: *Escreve...É 5 menos, entre parênteses agora, $6 - 5$. Não dá pra chega em 30...*
 P: *Tem certeza que não é possível?*
 Mar: *Não porque pra fazê vezes e dá maior, sobra um 5.*

Na seqüência da discussão, os sujeitos do G1 desconfiaram que não seria possível obter o zero com os números 5, 5 e 6. Entretanto, Teo que, até aquele momento, pouco participava, simplesmente registrando as soluções, foi capaz de resolver o problema:

Mar: (lê a situação b) *Não.*
Gab: *Ou sim?*
Mar: *Claro*
Gab: *Que não, né?*
Teo: *5 – 5, já é zero...Mas daí sobra o 6*
P: *E o que você pode fazê com o 6?*
Teo: *Dividi em dois*
Mar: *Não...zero vezes 6*
Teo: *Claro...0 x 6*
Gab: *É, dá! 5 – 5 x 6*
Teo: *Olha o meu chute no ângulo!!!*
P: *Será que foi um chute mesmo, Teo?*
Teo: *Mais ou menos...eu tentei chega no 0 primeiro, só com 2 números.*
P: *Então, quando que a gente sempre consegue chega no zero.*
Gab: *Quando tem dois números iguais, porque é sempre faz um menos o outro.*

A intervenção da pesquisadora foi no sentido de generalizar o conceito trabalhado, em cada desafio proposto.

Situação-problema 9: Análise combinatória:

A situação 9 surgiu de um questionamento realizado por um aluno em uma situação de intervenção pedagógica com o jogo Contig 60[®], anterior a esta pesquisa. Esta situação-problema foi selecionada para esta seqüência de desafios, pois se tratava de um problema que envolvia o conceito de análise combinatória. Entretanto, estabelecer somente as combinações não resolvia esta situação-problema 9, pois algumas condições necessitavam ser consideradas. Objetivou-se, com esse desafio, verificar se os sujeitos eram capazes de efetuar o raciocínio combinatório e de perceber as condições necessárias para a análise das possibilidades. Nesse desafio, incentivou-se a análise dos possíveis do jogo.

Situação 9: É possível saber quantas contas diferentes podem ser feitas utilizando os 3 dados e as 4 operações básicas? Justifique a sua resposta.

As respostas a esta questão pelos dois grupos podem ser observadas a seguir:

G1:

Sim, mas você demoraria alguns anos pois para cada número você vai ter que ver se não dá não negativo e se não vai haver contos iguais ou contos quebrados

G2:

é possível, mas é difícil, demorado parecido com o problema da camisa e a calça

Nos registros dos dois grupos não foi demonstrado o cálculo que os sujeitos fariam para a obtenção da resposta. Eles se detiveram em responder se era possível ou não obter o cálculo, justificaram a resposta dada e, no G2, relacionaram o problema com a idéia do clássico problema de combinação: “uma pessoa tem tantas camisas e tantas calças, de quantas maneiras diferentes ela pode se vestir?”

O cálculo a ser realizado ficou claro para os sujeitos, na discussão matemática processada. No G1, os sujeitos tiveram um pouco de dificuldade em compreender a pergunta. Gab foi capaz de elaborar um cálculo para a determinação de todas as possibilidades, embora não tivesse sido compreendido por seus colegas. Mar, logo se preocupou com as condições necessárias para o cálculo:

Mar: (lê a próxima situação)

Gab: *Á? O quê?*

Mar: (lê novamente) *Mas...Peraí tem que conta pra cada número!*

Gab: *Não é $6 \times 6 \times 6$? $6 \times 6 \times 6 \times 4$, não?*

Mar: *Pra cada um você pode fazer vezes 6, vezes 5, vezes 4....*

Gab: *Mas é que eu contei pra cada quantidade de algarismo....Até 6.*

P: *Em cada dado quantos números são possíveis de se conseguir?*

Gab: 6

Mar: (lê novamente) *São quantas contos?....*

Gab: 4...Daí $5 + 6$ e $6 + 5$, são diferentes, não? Na minha conta são... Porque quando eu faço $6 \times 6 \times 6 \times 4$ eu to combinando todos com todos em todas as contas. Entendeu?

Mar: O quê? Esse cara é louco! P., é possível, mas ...vai demorar muito ...pra cada número vc. vai te que fazê ...E quando for, por exemplo, $2 - 4$, não dá.

Gab: Aí, vai te que vê um por um...Vai demora muito, é loucura! Que dá, dá, mas não é uma conta muito....lógica.

Mar e Gab: (buscam elaborar o texto)

No G2, os sujeitos se preocuparam mais em determinar quais as possibilidades e não tanto em quantas possibilidades, necessitando a intervenção da pesquisadora. Um fato interessante a observar foi a analogia estabelecida por Jo, deste problema, com os problemas de combinação anteriormente trabalhados, ou seja, Jo foi capaz de perceber que a estrutura de resolução do cálculo se assemelhava a um problema de raciocínio combinatório. Entretanto, não foi capaz de efetuar o cálculo, como Gab do G1.

Ju: (Lê a situação, duas vezes)

Jo: É...claro que dá, é só fica somando o dia inteiro!

P: Por que ficá somando o dia inteiro?

Jo: Ué, pra vê todas as possibilidades...faz $1 + 1 + 1...1 + 1 - 1$

P: É possível, então?

Jo: É, mas vai demorar muito...

Ju: Tem que ver todas as possibilidades....É difícil!

Jo: É como descobrir a senha de um cofre...é demorado mas, dá.

P: E é desse jeito que se descobre?

Mari: Escreve assim: sim, mas vai demorar muito.

Jo: Eu acho que tem um jeito sim...tem uma conta que dá.

P: Você acha que tem um jeito de saber quantas sem fazer quais?

Jo: Pega a primeira, multiplica...que nem aquelas coisas lá, que o homem tem um monte de roupa, pra se vestir...5 camisas, 3 calças, como ele pode se vestir, diferente?

P: E como vocês resolvem esse problema das calças e camisas?

Jo: Multiplicando tudo.Mais aqui não dá...Eu não sei o que multiplicá...18 vezes....

Ju: Não inventa Jo...É possível, mas não dá pra calcular...Ou a gente não sabe ainda.

Jo utilizou problemas correlatos para tentar solucionar o problema. Percebeu que a estrutura do cálculo se assemelhava ao problema combinatório das calças e camisas ou da descoberta da senha de um cofre, mas não conseguiu definir quais termos deveriam ser multiplicados.

Acredita-se que o objetivo com a proposta desse desafio foi atingido, embora nem todos os sujeitos tenham compreendido os raciocínios de Gab e Jo, pois eles foram capazes de

raciocinar sobre uma situação hipotética do jogo, estabeleceram relações com o raciocínio combinatório e perceberam condições de existência das expressões.

VII) Situação-problema 10: resgate do conceito de primidade do número:

A situação 10 foi a última situação-problema proposta. Esta situação procurou resgatar um conceito bastante utilizado pelos sujeitos durante a resolução da atividade de obtenção dos números, (primeiro dia de intervenção). Mais importante do que saber o conceito de números primos foi saber aplicá-lo a situações como essa, de análise de obtenção de produtos. Este problema surgiu do questionamento sobre a própria disposição dos números no tabuleiro de jogo e da ausência de alguns números.

Situação 10: Por que o número 47 não consta no tabuleiro? Justifique a sua resposta.

Os dois grupos perceberam que o fato de o número 47 ser primo, havia a dificuldade em obtê-lo, segundo as regras do jogo, pois as operações possíveis não satisfaziam. As justificativas podem ser identificadas nos registros abaixo:

G1:

Situação 10 : Por que o número 47 não consta no tabuleiro? Justifique a sua resposta.

Porque além do nº 47 ser primo você não chega a números primos com a multiplicação. 47 é um nº muito alto, e o maior nº possível com 2 dados é o 36 e 36 + 6 é = 42 e o nº é 47.

G2:

Situação 10 : Por que o número 47 não consta no tabuleiro? Justifique a sua resposta.

ele é primo (o não pode)
Não, porque -, ÷ e · não é + também não somando também não

No G1, a intervenção da pesquisadora foi no sentido de evidenciar para os próprios sujeitos porque a conclusão sobre a primidade do número garantiu que não era possível conseguir, nas condições do jogo, uma sentença que definisse aquele número. Desta forma, ocorreu o seguinte episódio:

Mar: (lê a situação 10)

Mar: Não, porque você não chega nele com multiplicação...

P: Mas e daí, não tem outro jeito?

Mar: Ah, você não chega em número primo com multiplicação, e pra chegá num número grande tem que usá a multiplicação, porque se você soma só $6 + 6 + 6$, só chega em 18

P: E com a soma e multiplicação? Vocês chegaram em 72

Gab: 6×6 é 36...

Mar: 47 é primo, não é?

Gab: Não dá pra chegá...

P: Por quê?

Gab: Porque a partir de47 é primo

P: 47 é primo, e daí?

Gab: Daí que você não consegue chegá com multiplicação e com soma tambémnão, porque só tem 2 números...e só chega no 36, o máximo

P: Bom, então você pode chegá em primos, mas menores...então até qual primo a gente conseguiria?

Gab: Eu não lembro de todos os primos...

P: Por exemplo, 37, a gente conseguiria chega?

Gab: Conseguir, acho que é o último...

P: Então, o próximo vai ser...

Gab: 41

P: 41 é primo?

Gab: Não...é...não sei

Gab: Posso usá a calculadora só pra vê se o número 41 é primo?

P: Pode, o que você vai fazer?

Gab: 41 é primo...Fiz a raiz, deu 6 e pouco, dividi pelos primos até lá...não deu exata nenhuma divisão. É primo.

P: Como conseguir o 41?

Gab: *6 x 6 é 36, mais 5...41. É o maior primo que a gente consegue.*
Gab e Mar: (elaboram o texto para a resposta)

Os dados mostraram o quanto a intervenção foi importante no sentido de auxiliar os sujeitos a encontrarem uma justificativa para a lógica que já haviam observado. Tanto Mar quanto Gab perceberam que o fato de 47 ser primo implicava na impossibilidade de obtenção. Mas, a elaboração do porquê deste aspecto necessitou da intervenção da pesquisadora. Outro fato interessante a observar foi que os sujeitos demonstraram ter dificuldade em identificar se um número era primo ou não, entretanto souberam trabalhar muito bem com esse conceito e as limitações que um número do tipo “primo” sofre. Portanto, no G1 evidenciou-se o resgate do conceito de primidade do número e a aplicação deste conceito numa situação de hipótese sobre o jogo.

No G2 os sujeitos também perceberam o fator limitador na definição da expressão aritmética pelo fato de 47 ser primo. A intervenção da pesquisadora foi no sentido de mostrar, para os próprios sujeitos, o raciocínio que eles estavam elaborando.

Ju: (lê a última situação)

P: *Por que será que o 47 não consta no tabuleiro?*

Ju: *Porque não dá pra chega nos dados...*

P: *Mas, por quê?*

Ju: *Porque não!*

P: *Vamos analisar porque não tem.*

Ju: *Por que é primo?*

P: *Mas, tem muito número primo aí no tabuleiro que dá pra chega, por exemplo, o 7, o 11, o 41...*

Jo: *Ah, eu quero sabê como eu chego no 48.*

P: *48? Ta bom...eu vou te ajudar ... $6 + 6 \times 4$, dá quanto?*

Ju: *48*

Jo: *E $6 + 5 \times 4$?*

Isa: *Dá 44*

Jo: *Ah, então não dá!*

P: *Por que não dá?*

Jo: *Porque não.*

Ju: *Porque dividido e menos, não dá. O número é grande. Tem que somar e multiplicar.*

P: *Se a gente usar só multiplicação a gente não chega?*

Ju: *Não, porque o máximo é 6.*

P: *Mas, 6×6 é 36×6 ...já é um número bem, grande!*

Ju: *Não dá mesmo! 47 é um número primo.*

P: *O que significa isso?*

Jo: *Se ele é primo eu não vou conseguir chegar num número que vezes outro dê 47*

Ju: *É, só que 2, também é primo.*

Jo: *Mas é pequeno e dá pra fazer 2×1 , mas o 47,.... só vai dar pra ser 47×1 . E não tem 47 no dado. De vezes, só, não dá!*

P: *E com adição só, vocês conseguem?*

Mari: *Não, porque o máximo é $18...6 + 6 + 6$*

P: *Isso Mari, e combinando adição e multiplicação?*

Jo: *Não, porque teria que ser dois somados que dessem 47 pra fazê vezes 1, e não tem.*

No episódio descrito acima, observou-se que Jo tentou obter um sistema para determinar a impossibilidade de obter o 47, tentando encontrar uma expressão para o 48 e, modificando-a, buscou obter o 47. A intervenção da pesquisadora foi no sentido de acelerar essa lógica que Jo tentava estabelecer e a própria pesquisadora forneceu uma expressão para o 48. De forma alguma essa intervenção prejudicou o raciocínio de Jo, pois o mais importante deste raciocínio foi a constatação de que o novo sistema encontrado não daria conta de obter o 47.

Perceber que a primidade do número 47 era um complicador e que as outras operações não davam conta de resolver a situação-problema, foi a sistematização mais importante para esses dois grupos pesquisados.

Com a discussão sobre esta situação 10, encerrou-se a descrição dos registros e análises sobre os raciocínios processados, pelos sujeitos, na resolução das situações-problema propostas pela pesquisadora, nesta atividade de intervenção escrita. Este momento de jogo representou para os dois grupos uma maior reflexão sobre os aspectos e as ações possíveis no jogo Contig 60[®], que, muitas vezes, não foram vivenciadas durante as situações de jogo, anteriormente definidas. Para a pesquisadora, foi um momento de observação dos passos no processo de sistematizações e progressos quanto às estratégias de cálculo mental que foram sendo construídas no decorrer da ação com os jogos e que puderam ser traduzidas, neste momento, para uma linguagem que expressasse as formas de pensar dos sujeitos. Durante a resolução das situações propostas, pôde-se resgatar muitos dos aspectos abordados durante as análises dos episódios de jogo e sistematizar os conceitos ali trabalhados numa situação simulada de jogo e de maior reflexão conjunta entre os sujeitos (interação social). Incentivou-se, também, a leitura e compreensão das situações-problema e a reprodução do raciocínio utilizado, através de uma linguagem própria, que fosse capaz de reproduzir e, até mesmo, comunicar a discussão matemática que havia sido desencadeada naquela situação. Durante a resolução, os sujeitos demonstraram suas habilidades de cálculo mental, embora não tivesse sido exigido que os problemas fossem resolvidos mentalmente. Os sujeitos foram capazes de perceber o quanto o cálculo mental facilitou e

agilizou na resolução de situações-problema de jogo e a possibilidade de resgate de conceitos anteriormente discutidos no processo de formação de novas estruturas matemáticas, como a ocorrida aqui, em muitos momentos (a estruturação do pensamento algébrico).

É possível que algumas estratégias desencadeadas pelos sujeitos tenham deixado de ser destacadas nesta análise, já que, numa situação de pesquisa, embora a pesquisadora estivesse atenta às várias situações que iam se desencadeando e realizando as intervenções quando necessárias, eram 4 sujeitos em cada grupo, pensando e discutindo ao mesmo tempo, em ritmos e interesses diferentes, o que prendia a atenção da pesquisadora para diferentes perspectivas sobre uma mesma situação-problema.

Em situações escolares, na sala de aula de Matemática, esta dificuldade de acompanhamento do raciocínio do aluno é ainda maior, na medida em que são muitos sujeitos pensando e falando ao mesmo tempo, outros preferindo resolver seus desafios em silêncio, embora participando e se envolvendo na ação, o que prejudica o trabalho de socialização e resgate, pelo professor, de situações construtivas na sala de aula. Cabe ao professor, muitas vezes, mais essa tarefa, dentre tantas outras que necessita exercer: estar atento às distintas formas de raciocínio dos seus alunos, saber intervir construtivamente e incentivar seus alunos a manifestarem suas idéias, daí o incentivo ao registro do raciocínio empregado, produzindo e socializando esse conhecimento produzido.

O registro exigiu dos sujeitos, durante a resolução das situações-problema propostas, uma análise sobre as suas próprias maneiras de pensar, uma definição de estratégias de raciocínio sobre o jogo e um encadeamento lógico a partir das regularidades observadas nas situações de jogo.

O último momento realizado com o jogo Contig 60[®] representou um retorno à situação de jogo, buscando resgatar o caráter lúdico do jogo a fim de identificar, comparativamente, se houve uma evolução na forma de jogar o Contig 60[®], após as análises processadas. Para os sujeitos representou um momento de retorno à brincadeira, onde toda a análise e reflexão sobre o jogo passou a fazer sentido, pois o objetivo maior dos sujeitos foi de melhorar o desempenho para “vencer o jogo”.

“Jogar com competência” – análise do último momento de intervenção com o jogo Contig 60[®]:

Neste último momento proposto, o objetivo não foi de realizar nenhum tipo de interferência no jogo dos sujeitos, nem mesmo de intervir no sentido de desencadear um processo de formação de conceitos que surgiram durante a situação de jogo, como se pôde observar nas análises anteriores. Mas o objetivo foi de garantir um momento lúdico para os sujeitos, ou seja, um momento de retorno ao “jogo pelo jogo”, onde o interesse da pesquisadora esteve voltado para a realização de um estudo comparativo sobre as formas de estratégias de jogo anteriormente processadas e as formas de jogo realizadas após as análises, a fim de garantir ao processo de ensino-aprendizagem, numa perspectiva de utilização de jogos no ensino da Matemática, uma significação lúdica para o trabalho com a análise dos jogos.

Durante a observação do jogo realizado pelos dois grupos, após a análise processada, os dados mostraram uma melhor elaboração das jogadas realizadas pelos sujeitos nos dois grupos; uma preocupação maior com a análise de possibilidades, buscando garantir que outra jogada “melhor” não pudesse ser realizada com os números sorteados; a utilização de estratégias de cálculo mental com maior frequência; a utilização de alguns resultados de cálculos que haviam sido memorizados, pelos sujeitos, nas situações de jogo e a competição entre as duplas que se tornou mais “forte”, ou seja, os sujeitos pouco colaboraram com os adversários, tornaram-se mais competitivos, desejando realizar melhores jogadas e atrapalhando as jogadas dos adversários.

Em muitos momentos das situações de jogo, houve o resgate de lógicas, sistemas ou estratégias construídas anteriormente na análise processada.

Portanto, observou-se que o processo de análise de jogo, de uma maneira geral, tornou os sujeitos mais “competentes” em suas jogadas.

A seguir, descreve-se integralmente um jogo ocorrido no G1, após a resolução das situações-problema e identificam-se, no decorrer da descrição da discussão matemática, os aspectos que puderam ser destacados como um exemplo de “jogar com competência”. Por exemplo, na situação descrita, observou-se um envolvimento muito maior de Teo durante as análises que foi realizando no decorrer do jogo, fornecendo palpites e estabelecendo deduções:

(Ra e Gab, contra Teo e Mar)

Mar: $4 + 4, 8 \times 3 \dots 8, 16 \dots 24$

P: 24?

Mar: *É, pode ser, no começo...no começo vai qualquer coisa.*

Teo: *Tanto faz no começo*

Destaca-se a percepção de que a primeira jogada poderia ser qualquer uma. Esta constatação foi definida, depois que os sujeitos já haviam experienciado várias jogadas e puderam perceber a aleatoriedade presente na primeira jogada.

Gab: (lança os dados – 5, 5, 3)

Mar: *Não dá pra chega no 45,...nem no 50*

Gab: $3 \times 5 + 5, 20$

Mar: (lança os dados – 6, 4, 1) *opa perai dá pra chegá em 20,...7,14,21,*

Teo: $6 \times 5, \text{Mar}$

Mar: 30

Teo: *Não compensa.*

Mar: *Não, perai. 24 já tá ocupado...Ah, mais 1, é $6 \times 4 + 1, 25.$ Ponto pra gente!*

Gab: (lança os dados) 36!

Teo: (lança os dados – 4, 3, 2) *Nossa!*

Mar: *Dá pra chega no.... $5 \times 4, 5, 10, 15, 20$*

Teo: $2 \times 7 \dots 14$

Mar: 7×2

Teo: *14, né ô, dá na mesma!*

Mar: *Eu sei.*

Teo se mostrou muito mais envolvido no jogo, analisando possibilidades e corrigindo os colegas. Na situação acima utilizou a comutatividade para mostrar para Mar que suas soluções eram iguais.

Teo: $2 \times 4, 8 \times 3$

Mar: *Não, não, não...no zero. Pensa, se a gente for no zero, que é o único número que a gente consegue chega, depois a gente completa aqui, dá pra ganha mais pontos daí.*

Teo: *Acho que é melhor, $2 \times 4, 8 \times 3$*

Mar: 8×3 *é...24, já tá ocupado*

Mar: *É o máximo que a gente chega, não vai dá...Peraí, vamo coloca no zero, vai ser....*

Mar realizou previsões de jogadas para obter a resposta. Foi interessante observar como Teo e Mar dialogaram na busca da melhor jogada. Nas partidas anteriores, Teo quase não conseguiu acompanhar o raciocínio de Gab e Mar, diferentemente do que se observou agora.

Teo: $2 \times 3 \dots 5,$

P: *Dá pra chega no zero?*

Mar: *Acho que dá, perai. $3: 2$*

P: *Em que situação você tem o zero?*

Mar: *Quando tem dois números iguais, por exemplo.*

Gab: *Ou quando um número mais outro, deu outro, aí é só fazê menos.*

Novamente foi proposta a sistematização para a obtenção do número zero. Gab contribuiu para a sistematização, complementando a resposta de Mar. Nas situações anteriores, esta sistematização ocorreu com a intervenção da pesquisadora. Nesse momento de jogo, observou-se que o conceito já foi desenvolvido pelos sujeitos.

Mar: *Vamo por no 9, vai Teo*

Teo: *Não, calma*

Mar: *Não tem como chegá em ponto, vamo recomeçá...depois a gente marca mais pontos*

Teo: *Vai 9. Nossa, lá na outra atmosfera. Não é melhor botá no 3? Tá mais perto!*

Mar: *Mais perto do que? Não marca, também...e tanto faz pra você tirá o número no dado.*

Destaca-se, nesse diálogo, a percepção do aspecto da aleatoriedade do jogo, apontado por Mar...” - *tanto faz pra você tirá o número no dado*”, ou seja, para os fatos aleatórios não foi possível estabelecer uma previsão de jogo.

Gab: (lança os dados) *8...16*

Gab: *Vamo fazê zero? (Discute com a Ra a melhor jogada)*

Ra: *É, pode ser!*

Notou-se, neste episódio, a preocupação de Gab que foi de discutir com a parceira a melhor jogada – interação social, cooperação, parceria.

Teo: (lança os dados: 6, 2, 3) *6 x 6...*

Mar: *Não, vamo colocá no 8, ganha um ponto e ainda completa coluna, ..6 + 3 dá 9, menos 2, ah não...menos 2, dá 7.*

Teo: *7, 8, 9 dividido por , não dá....*

Mar: *Então vamo coloca no 7 mesmo pra depois completá coluna*

Teo: *Aqui ó, 6 x 5....30*

Mar: *Vai no 7 mesmo.*

Mar coordenou as duas formas de ganhar o jogo. Enquanto procurou fazer pontos, também se mostrou interessado em obter a coluna.

Gab: (lança os dados – 3, 3, 1)

Mar: *Não dá pra chega no oito! Nem no 10!*

Gab: *Chego sim, no 8*

Teo: *Mostra, então*

Gab: *Como? 3 x 3 – 1*

Neste episódio, os adversários coordenaram situações de ataque e defesa. O desejo de Mar e de Teo em construir a fileira foi bloqueado por Gab, que logo interrompeu a fileira, marcando o número 8. Nessa partida, percebeu-se uma disputa muito maior entre os adversários. A competição ficou cada vez mais caracterizada nas jogadas dos sujeitos.

Mar: *Quero chega no 33, vai Teo tira agora...6, 5, 3, tá?*

Teo: (lança os dados – 6, 5, 5)

Mar: *5 + 5, 10...60...11 x 5*

Teo: *55. O melhor era 33 (no 33 ganhariam 3 pontos)*

Mar: *5 x 5, 25, mais 6...31, não vale, eu quero o 33. Vamo no 6, então...a gente ganha 2 pontinhos*

Teo: *Dá?*

Mar: *Deixa eu vê...5 + 5, 10 menos 6 dá...*

Teo: *É simples Mar...5 – 5, acabô, mais 6, 6*

Mar: *Boa Teo... Ganhamo 2 pontos sagrados.*

Neste episódio, observou-se que Mar realizou a antecipação no jogo, sem a intervenção da pesquisadora. Ele notou a importância da antecipação para facilitar sua jogada. Teo se mostrou bastante envolvido no jogo e propôs soluções interessantes, demonstrando ter melhorado o seu nível de manipulação e conceitualização no jogo.

Gab: (lança os dados – 5, 5, 1)

Mar: *Não vai conseguir....Pra nós falta 3 pontinhos pra gente acabá. O jogo está empatado.*

Gab: *4, 5: 5, 1 + 3, 4*

Ra: *Essa é uma boa!*

A competição ficou cada vez mais marcante. Como a partida foi somente até 10 pontos, devido ao pouco tempo que faltava para terminar a sessão, Mar “cantava a vitória” para atrapalhar os adversários.

Mar: (lança os dados: 1, 1, 2) *Nossa que sorte! 3, é o máximo!*

Teo: *Que máximo, é 4...1 + 1 + 2*

Mar: *Ah é, ta certo...Não dá. 2 + 1 x 1*

Teo: *Não dá...Tem que ser no 3, ganhamo um ponto, passamos vocês...*

Mar: *Ra, Ra eles tão perdendo! Não tem como formar coluninha, né? Nós temos....*

Ra: (lança os dados: 3, 3, 1 - marcam o número 5)

Mar: *Ra que sorte, hein?*

Teo: *Fizeram dois pontos de uma vez.*

Teo: *Vai Mar...*

Mar: (lança os dados: 5, 3, 6)

Mar: *Acho que dá pra chega no 33, daí a gente ganha 5 pontos...5 + 3...8 x 6...a gente já fez essa conta*

Gab: *Não fala em Ra! (competição no jogo)*

Gab: *Dá 48, Mar*

Mar: *É...Vamo vê se a gente consegue ainda....33*

Gab: *Eles não sabem tabuada, nunca vão conseguir chega no 33.*

Mar: *E se a gente chega?*

Gab: *Vai logo, Mar....*

Mar: *44, $6 + 3 \times 5$*

P: *$6 + 3 \times 5$ dá 44, tem certeza?*

Mar: *É, $6 + 3 \dots 9$, vezes 5, 44*

P: *Desde quando um número vezes 5 termina em 4?*

Mar: *Ah é...Dá 45.*

Teo: *Mar 33 é 3×11*

Mar: *Peraí*

Teo: (insiste) *3×11 , presta atenção em mim....*

Mar: *Ã?*

Teo: *$6 + 5$, é $11 \times 3 \dots 33$*

Gab: *Ou, 6×5 , 30 mais $3 \dots 33$*

Mar: *É Teo a gente ta ganhando....*

Teo: *E você vê se presta mais atenção em mim....*

No episódio acima, observou-se a discussão matemática processada. Os sujeitos aplicaram conceitos anteriormente resgatados, como os conceitos de divisibilidade e multiplicidade e utilizaram estratégias de análise de possibilidades, como a resolução da conta ao contrário, por exemplo, quando Teo fez: 33 é 11×3 e 11 é $6 + 5$.

Os dados mostraram um comportamento mais dinâmico dos sujeitos nesta situação de jogo, criaram mais possibilidades, não se contentaram com a primeira resposta encontrada e buscaram alternativas de soluções. A interação social entre os parceiros foi destacada nesta partida. Gab contribuiu, ainda, com uma outra possibilidade de obtenção do número 33 (análise de possibilidades).

Gab: (lança os dados: 6, 6, 6) *$6 + 6 \dots 12 \dots 18$*

Teo: *Se a gente conseguir 19, vai ser uma sorte!*

Mar: (joga os dados: 2, 2, 4) *4×2 , 8...*

Mar: *$4 \times 4 \dots$ Eu vou pro 1. Vamo por no 16 pra bloquear a carrerinha dele!*

Teo: *Não Mar...Que carrerinha?*

Mar: *2×2 , 4 dividido por 4 dá 1...ponto!*

Observou-se uma maior exploração das operações pelos sujeitos. A divisão foi mais utilizada, por exemplo, nessa partida.

Gab: (lança os dados) *$7 + 6 \dots$*

Teo: *Olha lá Mar, mais 2 eles fazem...fica esperto!*

Mar: (lança os dados: 3, 2, 1)

Gab: *Eles conseguem chegar no 2, certo? (cochicha com a Ra)*

Teo: *3×3 , 9*

Gab: *Ta ocupado...Vocês não conseguem chegar em nada!*

Teo: $3 + 3, 6$. *Não é possível que não dá pra chega em nada*
 Mar: *É não dá pra chega em nada, ah, não... $3 + 2$...*
 Mar: $6: 1$
 Teo: $3 \times 1 \times 2$
 Mar: $4 \times 2 \text{ é } 8$
 Mar: *Não tem como coloca em lugar nenhum....Desistimos.*
 Gab e Ra: *Oba, ganhamos 4 pontos, aqui ó $3 + 1: 2, 2$*
 Teo: *Por que que você desistiu Mar...Você é burro? A gente podia colocar em outro lugar....*

No episódio acima, os sujeitos utilizaram a regra de aproveitamento da jogada do adversário caso ele desistisse da jogada ao concluir na impossibilidade de realizá-la. Esta regra somente pôde ser utilizada nos episódios realizados nesse momento de “jogar com competência”. Os resultados mostraram que as situações de ataque e defesa ficaram muito mais marcantes nestes episódios. Foi como se os sujeitos tivessem tomado consciência da possibilidade de interferir no jogo do adversário, criando situações de “armadilhas” e bloqueios para os adversários.

Este fato é uma das características mais marcantes do jogo de estratégia. Quando os sujeitos passam a se preocupar em atrapalhar o jogo do adversário, novas análises necessitam ser realizadas, pois, além de refletir sobre suas possíveis jogadas, passam a refletir, também, sobre as jogadas dos adversários. Neste sentido, a cooperação que se observou, inicialmente, onde os sujeitos auxiliavam os adversários na realização de suas jogadas, analisando possibilidades conjuntamente com os adversários, foi diminuindo, onde os sujeitos continuaram a analisar as possibilidades sobre as jogadas dos adversários, mas com o objetivo de “atrapalhar”, “bloquear” e “interferir”, não mais de ajudar.

Gab: (joga os dados) $5 \times 4 \dots 20, 4 \times \text{é} \dots$
 Mar: *Não dá pra coloca nem no 19, nem no 17...*
 Mar: (lança os dados: 5, 1, 1) $5 + 1 \dots 6$ *Não dá pra chega em número nenhum...*
 Teo: *Mar, claro que dá! Pára de gorar*
 Mar: *Então faz!*
 Teo: $5 - 2 \dots$
 Mar: $5: 1, \text{ dá } 5 \dots$
 P: *O que é possível fazer aí?*
 Mar: *Não dá nada!*
 Gab: *Vocês desistiram?*
 Teo: *Não, perai...Eu te mato Mar se você errar de novo!*
 Teo: $6 - 1$
 Mar: *O maior número que você chega é 7*
 Teo: *Imagina Mar, quanto é $2 \times 5? 10 \dots$ Tá vendo?*
 Gab e Ra: (lançam os dados)

Gab: 5×6 , 30, ganhamo 4 pontos.
 Mar: (lança os dados: 1, 4, 5)
 Gab: *Se você desistir eu juro que não ponho...Não tem onde por*
 Mar: 21, ah, tá ocupado. Desiste, não tem
 Gab: *Desiste, não tem onde coloca.*
 Gab: (lança os dados) 19
 Teo: 32, consegui o 32
 Mar: 4×4 , perai
 Teo: *Deixa aqui Mar, não mexe! É ponto pra caramba!*
 Mar: 4 pontos.
 Gab: *E agora,...vocês vão acompanhar o lançamento da vitória!* (lança os dados: 3, 5, 2)
 Ra: *Ganhamos, olha... $3 \times 5 + 2$, 17*
 Gab: *Pronto! A carreirinha é toda nossa! ...Eu disse que era o lançamento da vitória*
 Mar: *Tá vendo Teo? Se a gente tivesse impedido a carreirinha dele aquela hora a gente não tinha perdido!*

Ao final do jogo, Mar constatou em que momento do jogo poderia ter feito a opção que teria sido melhor no impedimento da fileira do adversário.

No G2, os resultados mostraram situações semelhantes. Entretanto, Mari não teve um desempenho tão diferenciado quanto Teo no G1. As situações de jogo, no G2, também se tornaram mais competitivas, com antecipações e previsões de jogadas e com uma análise de possibilidades mais depurada, mais abrangente. Os sujeitos, no geral, manipularam melhor as operações e experimentaram variar mais as peças colocadas no tabuleiro, a fim de aumentar as chances de pontuação. Entretanto, Mari insistiu na realização das jogadas somente utilizando multiplicações e adições, variando pouco a sua análise de possibilidades, o que limitou suas possibilidades de jogadas, desinteressando-se pela atividade.

Portanto, na comparação realizada nos dois grupos entre o jogo antes e depois das análises feitas, os resultados mostraram que, de uma maneira geral, os sujeitos estiveram mais atentos quanto às previsões de jogo; buscaram estabelecer melhores jogadas; souberam avaliar melhor suas jogadas e conseguiram construir mais possibilidades para cada jogada.

De uma maneira geral, as hipóteses que definiram a análise desta situação de “jogar com competência” foram comprovadas, no sentido de que, após as análises, discussões e intervenções realizadas pela pesquisadora, os sujeitos foram capazes de se apropriar das estratégias que foram criando no decorrer das situações de jogo e aplicaram este aprendizado numa situação concreta de jogo, respeitando o caráter lúdico da atividade. A perda da ludicidade do jogo foi compensada

pelo ganho pedagógico que se obteve ao se proporem situações de intervenção pedagógica com jogos nas salas de aula de Matemática.

Com este momento de jogo, encerra-se a análise processada nos três dias de intervenção com o jogo Contig 60[®], que buscou propiciar atividades com jogos de resgate e construção de conceitos e/ou habilidades relacionados ao cálculo mental.

A seguir, discute-se o segundo jogo trabalhado nesta pesquisa que, embora tenha desenvolvido os mesmos conceitos desencadeados no Contig 60[®], com diferentes abordagens, apresenta uma estrutura diferenciada de jogo, cujo destaque é dado para a elaboração escrita da estratégia do jogo.

5.2.2. Jogo 2: NIM

O jogo do Nim, atualmente bastante popular no ocidente, acredita-se que tenha sua origem na China. É um dos jogos mais antigos de que se tem conhecimento. Relaciona-se o nome desse jogo ao matemático Charles L. Bouton (Universidade de Harvard), que escreveu um “paper”, analisando o Nim em 1901¹¹. O interesse dos matemáticos por esse jogo se relaciona ao fato de que o Nim seja caracterizado como um jogo de estratégia vinculado à teoria dos jogos matemáticos, campo de investigação da Matemática Discreta. A teoria dos jogos surge como um crescente ramo da Matemática Moderna, que tem sido desenvolvida, principalmente, nos últimos 50 anos e é aplicada a situações que envolvem competição, confronto entre adversários, decorrendo daí o interesse pelos jogos estratégicos.

Além disso, um dos aspectos que caracterizam particularmente os jogos estratégicos, segundo a teoria dos jogos matemáticos, é a existência de uma “estratégia máxima” no jogo, ou seja, o interesse se volta para a investigação da estratégia que garante a um jogador **sempre** vencer. O conceito matemático está presente nesta estratégia máxima, a ser construída pelos sujeitos.

A grande popularidade atual do jogo do Nim, deve-se ao fato de que sua estratégia máxima é de fácil programação computacional. Portanto, com o advento dos computadores,

¹¹ LHS (Lawrence Hall of Science / Mathematics Education) Math Around the World. University of California – USA, 1995

programar o Nim passou a ser uma brincadeira interessante. Este jogo também é bastante utilizado em testes para seleção de pessoal para trabalhar em empresas, pois envolve o raciocínio lógico-dedutivo na sua formulação.

Existem muitas variações do jogo do Nim. Utilizou-se, nesta pesquisa, a versão original do jogo, ou seja, a sua forma mais simplificada, em termos de regras e de estratégia a ser definida.

Regras do Jogo:

Material: 27 palitos de fósforo.

Objetivo do jogo: perde o jogo o jogador que retirar o último palito.

Regras:

- 1) Os 27 palitos são dispostos na mesa, um ao lado do outro;
- 2) Os jogadores jogam alternadamente;
- 3) Cada jogador, na sua vez, retira uma determinada quantidade de palitos, sendo que deve retirar, no mínimo, 1 palito e, no máximo, 4 palitos.
- 4) Quem retirar o último palito, perde o jogo.

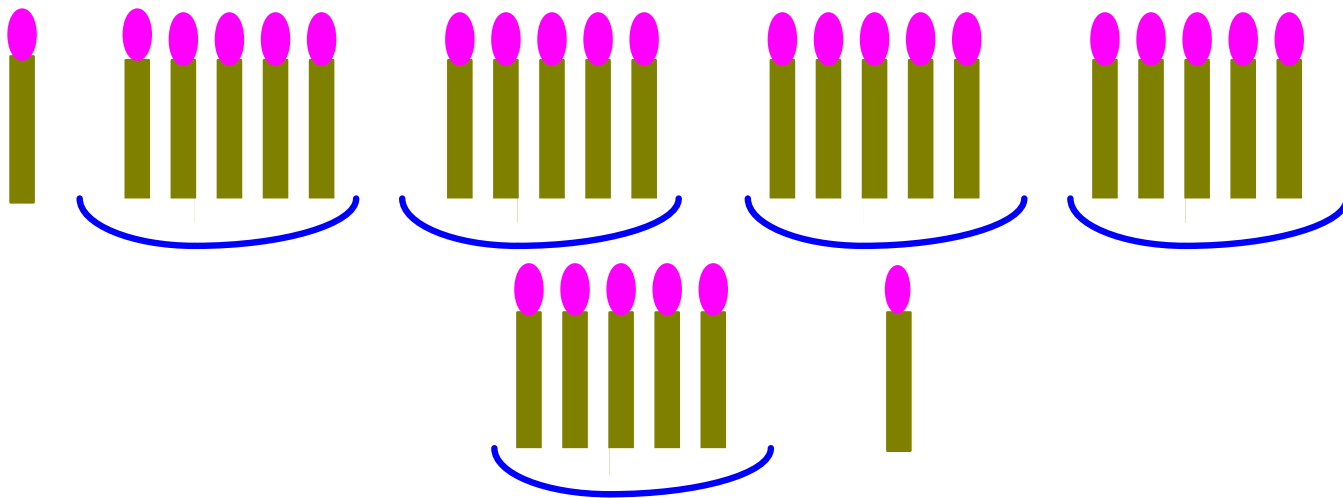
Características do Jogo:

Trata-se de um jogo de lógica, que possibilita aos sujeitos construir um modelo de representação da solução da situação-problema de jogo: a estratégia máxima. Para desenvolverem tal estratégia, os sujeitos necessitam construir habilidades de resolução de problemas, explorar o raciocínio hipotético-dedutivo, generalizar soluções e procedimentos, observar regularidades e descrever os resultados através de um modelo matemático. Os conceitos e/ou noções envolvidos na estrutura do jogo do Nim dizem respeito ao conceito de divisão, com valorização do resto na divisão não exata; formulação do algoritmo de Euclides ($\text{Dividendo} = \text{divisor} \times \text{quociente} + \text{resto}$); conceitos de divisibilidade e multiplicidade, cálculo mental e pensamento algébrico.

É possível simplesmente jogar o Nim, realizando jogadas aleatórias, sem nenhuma reflexão. Entretanto, para se ter a certeza de sempre vencer é necessário a construção da

estratégia vencedora. É na formulação desta estratégia que são identificados os vários conceitos matemáticos a serem construídos e/ou aplicados pelos sujeitos.

A estratégia máxima do jogo pode ser definida da seguinte forma:



$$\begin{array}{r}
 27 \quad | \quad 5 \\
 \hline
 2 \quad 5 \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 1 \text{ (1ª. jogada)} \quad 1 \text{ (última jogada)}
 \end{array}$$

O 1º jogador faz mentalmente a seguinte divisão: $27 : 5$. Estabelece 5 grupos de 5 palitos, restando 2. Destes 2 palitos que restam, separa-se 1 palito para a última jogada do adversário (para ele perder) e o outro palito é a sua 1ª jogada. Tudo isso mentalmente.

Então, o 1º jogador (vencedor) retira 1 palito e, nas próximas jogadas, seja qual for a quantidade de palitos que o adversário retirar, o 1º jogador retirará o que falta para completar 5. Assim, se o adversário retirar 4 palitos, o 1º jogador retirará 1, se o adversário retirar 2 palitos, o 1º jogador retirará 3, se o adversário retirar 3 palitos, o 1º jogador retirará 2 e se o adversário retirar 1, o 1º jogador retirará 4. Seguindo essa lógica, o adversário ficará com 1 palito para o final, perdendo o jogo.

Portanto, quem inicia jogando e sabe a estratégia, sempre vence. Faz parte da estratégia máxima iniciar o jogo. É possível, entretanto, que o jogador não inicie o jogo, mas, dominando a estratégia, seja capaz de vencer seu adversário, desde que este não saiba a estratégia. A “virada no jogo” é possível, mas não garante ao jogador vencer o jogo, como o faz a estratégia máxima.

É importante ressaltar que, após a construção da estratégia máxima, por um dos jogadores, o jogo “deixa de existir”, tendo em vista os aspectos anteriormente abordados sobre a questão da competição no jogo, como sendo uma disputa entre adversários que possuem as mesmas possibilidades de ação, com igualdade de condições para vencer. Se um dos jogadores domina a estratégia do jogo e a aplica, qual a competitividade nesta disputa? Este jogador “entrou no jogo” já sabendo que irá vencer. Como os próprios sujeitos desta pesquisa definiram, logo após a construção da estratégia máxima: “- *Agora esse jogo a gente decide no par ou ímpar*” (Gab), ou seja, ao tirarem o par ou ímpar definem quem começa, portanto definem quem vence. Deixa de ser competição...deixa de ser jogo.

Desta forma, em situações escolares, o professor jamais deve ensinar a estratégia máxima ao aluno. É importante incentivá-lo a construí-la. Do contrário, o jogo se tornará inútil e desinteressante.

A seguir, é descrita a situação de intervenção pedagógica com o jogo do Nim. Discute-se o processo de construção da estratégia máxima pelos sujeitos e os conceitos matemáticos que emergiram desta construção. Incentivou-se o registro da estratégia, como forma de repensar sobre a própria estratégia que foi sendo definida, pelos jogadores. A escrita da estratégia possibilitou, aos sujeitos, elaborarem a estratégia de forma mais clara e organizada.

Jogando e construindo conceitos nas intervenções com o jogo do Nim:

No quarto dia de intervenção na sala de aula, os grupos foram formados e a pesquisadora explicou oralmente as regras do jogo, para toda a classe. Junto com o material do jogo (palitos de fósforo), entregou-se uma folha de papel em branco. Os sujeitos foram orientados a registrarem, no papel, as estratégias que eles fossem construindo no decorrer das jogadas. Esse registro foi incentivado como forma de reflexão posterior sobre as etapas que os sujeitos foram percorrendo até a definição da estratégia máxima. Incentivou-se, também, que os sujeitos fossem declarando

verbalmente as quantidades de palitos que eram retiradas, para que houvesse um registro verbal de cada jogada.

Inicialmente, os jogadores realizaram suas jogadas aleatoriamente, sem muito planejamento nem percepção sobre as possibilidades de vencer. Na verdade, percebiam a possibilidade de vencer somente ao final do jogo. Constatou-se que, se 6 palitos fossem deixados para o adversário, ele perderia:

A pesquisadora os desafia a encontrarem uma estratégia máxima!

Gab: *Eu acho que eu já sei qual é.*

Teo: *É só encontrá a seqüência certa.*

Teo: *Posso anota? A estratégia é...ah eu não sei como explicá...*

Gab: *Deixa, a gente escreve depois. Vamo joga primeiro.*

Teo: *É isso aí.*

Ra: *A gente começa...*

Mar: *Vô tira 4, ta?*

Gab: *Tirou 4? Tira 4, Teo*

Mar: *Tiro 4, também.*

Gab: *Tiramo 3?*

Teo: *É, tira 3.... Melhor aí seria tirar 1 só.*

Ra: *Ih....Então, vai, tudo bem.*

Teo: *Vai...esse jogo é rápido, cês tão muito devagar.*

Teo: *Vai, Gab, eles tiraram 2.*

Gab: *2? ...Ih, a gente ganhô já. Tira 4....Ganhamo.*

Mar: *Vc. é muito metido! Sabe, você se acha a pessoa mais esperta do mundo.*

Teo: *Gab, to começando a entender....Ah gente não tem porque fica pensando...No comecinho assim. Tira 4...Tira 4... é lógico Gab.*

Gab: *A gente não pode tirá 4 sempre. A gente não pode deixá eles ficarem com 5 no final, ta?*

Teo: *Ah, ta certo.*

No primeiro jogo do G1, observou-se que os sujeitos levantavam hipóteses na definição das jogadas e que Gab já começava a elaborar uma estratégia. Teo concluiu que a regularidade do jogo era muito simples: “era só ir tirando 4”. Nesta hipótese de Teo, nota-se um “olhar” voltado apenas para a própria jogada, sem a preocupação com as possibilidades de ação do adversário, ou seja, que, se o adversário alterasse as quantidades retiradas, isto interferiria diretamente na sua jogada, já que as jogadas entre jogadores e adversários eram dependentes.

Na discussão matemática processada, Gab chamou a atenção de Teo para esse erro, definindo a sua hipótese que foi: não deixar 5, no final, para o adversário. Esta hipótese permitiu ao Gab perceber que os adversários haviam obtido a vitória, antes que todos os outros sujeitos do grupo percebessem. Gab antecipou o resultado e percebeu a vitória do adversário. A estratégia

utilizada por Gab contém uma regularidade lógica que define a situação de dependência entre as jogadas dos jogadores e adversários, já que, se o adversário fica com 6 palitos, ele perde, porque, se ele tira 1 palito, o jogador tira 4 e ele perde; se ele tira 2 palitos, o jogador tira 3 e ele perde; se ele tira 3 palitos, o jogador tira 2 e ele perde e, finalmente, se ele tira 4 palitos, o jogador tira 1 e ele perde. Portanto, a lógica contida nesta relação, se fosse ampliada, permitiria aos sujeitos perceberem a estratégia máxima. Entretanto, Gab começava a perceber tal regularidade, representando um início das reflexões sobre a estratégia vencedora.

Da mesma forma que Teo, os outros sujeitos do grupo também demonstraram uma certa dificuldade em perceber essa regularidade e a dependência contida nas ações dos dois adversários. Este conceito vinculado às implicações lógicas e à dependência entre variáveis está presente no conceito de funções, que são responsáveis por descreverem, em muitos casos, os modelos teórico-matemáticos.

Na segunda situação de jogo, os outros sujeitos começaram a perceber a regularidade e defini-la como estratégia.

(Gab começa o segundo jogo)

Gab: *A gente tira 2. Então vai...peguei*

Ra: *A gente tira 4*

Teo: *A gente também...*

Mar: *4 de novo.*

Ra: *A gente tem que deixá 6 pra eles.*

Mar: *A gente tem que fica com 6?*

Ra: *Não a gente tem que deixa 6...*

Teo: *4...É de vocês, vai.*

Ra: *Ah, vamo tira 4 mesmo*

Teo: *Calma aí...*

Gab: *Perdemo.*

Teo: *Calma!*

Gab: *Perdemo.*

Mar: *Perderam.... Vocês tem 6. Com 6 a gente ganha!*

P: *Por que vocês tem tanta certeza que o jogo acabou?*

Gab: *Porque com 6, se eu tiro 1, ele tira 4 e ganha, se eu tiro 2, ele tira 3 e ganha, se eu tiro 3, ele tira 2 e ganha e se eu tiro 4, ele tira 1 e ganha...É simples. O duro é deixá o 6.*

Para os sujeitos do G1, a estratégia já havia sido definida. Nas jogadas subseqüentes eles se preocuparam em ir tirando os palitos e fazendo os cálculos mentalmente até chegarem em 6. Houve o registro, por esse grupo, desta estratégia: “*Tentar deixar com 6 no final*” .

A discussão mostrou que os sujeitos relacionaram as jogadas umas com as outras e com as jogadas de outros jogadores.

A atuação dos sujeitos jogadores demonstrou a tomada de consciência dos próprios procedimentos. Compreendendo as estratégias, mostraram-se capazes de explicitá-las.

A intervenção da pesquisadora surgiu como um disparador para a reflexão dos sujeitos quanto à percepção de que a regularidade obtida com a quantidade 6, poderia ser ampliada para outros valores (no caso seriam: 11, 16, 21,...) até a definição de uma generalização (“estratégia máxima”).

A pesquisadora, então, incentivou-os a construírem uma estratégia que garantisse vencer sempre, denominando-a: “estratégia máxima” e, desafiou-os: “- *Se eu jogar com qualquer um de vocês, eu sempre vou ganhar! Sei disso, antes mesmo de começar a jogar*”. Esta afirmação provocou uma reação dos sujeitos em analisarem as jogadas realizadas, tentando levantar hipóteses sobre a estratégia máxima.

Gab passou a registrar a quantidade de palitos que sobravam, após as jogadas e tentou elaborar uma estratégia, Teo auxiliava contando a quantidade dos palitos que sobravam. Mar e Ra continuavam pensando sobre como deixar 6 palitos para o adversário no final. Observou-se o caráter coletivo da atividade.

Teo: *Gab, vai anotando.*

Mar: *(tira 4 palitos)*

Teo: *Vamo pensá bem...vamo pensá bem. Vocês tiraram 4, tinha 27....26, 25, 24, 23.*

Gab: *Dá a folha aí.*

Teo: *Tem 23 aí.*

Gab: *23? Deixa eu fazê um raciocínio...Tira 1*

Ra: *Tira...3.*

Gab: *Ah...*

Teo: *Tem 19 aí.*

Gab: *19? Pode tira 4, então.*

Teo: *Vai tirando 4, por isso que a gente perde!*

Gab: *Calma.*

Teo: *15.*

Gab: *15. 15...já vai.*

Mar: *(tira 4 palitos)*

Gab: *12? Agora tem 12, né?*

Teo: *Calma aí...(conta os palitos, 11)*

Gab: *Tira 4. Daí fica 7.*

Teo: *Se eles tiram 3, a gente tira 3. Se eles tiram 2, a gente tira 4....*

Mar: *É, mas se a gente tira 1.... Heee....ganhamo.*

Teo: *Ganharam.*

Gab: *É. Tem 6.*

Ra: *Descobriu a nossa estratégia?*

Gab: *É, eu sei, vocês tão tentando tirá e deixá 6 no final, eu sei...mas é que eu tô tentando raciociná desde o começo.... Eu raciocinei que eu queria 6, pra mim...e não é, é no final pra vocês, entendeu?*

Teo continuava a aprender com suas hipóteses “erradas”. Desconsiderava sua “não interferência” na ação do jogo adversário e não dava conta de construir todas as possibilidades, inclusive as que o desfavoreciam. Gab trabalhava com inúmeras situações de cálculo mental e investigava qual seria a regularidade. Na definição desta regularidade, a multiplicidade e divisibilidade foram sendo utilizadas como instrumentos para a definição dos agrupamentos. O processo de generalização desse raciocínio lógico envolveu uma aplicação dos conceitos de divisibilidade, anteriormente trabalhados, com os sujeitos, em situação escolar.

Observou-se que, no G1, Gab era o que estava mais próximo da formulação da estratégia, entretanto, nas jogadas subseqüentes, houve uma seqüência de “erros” que culminaram sempre na derrota da dupla Gab e Teo, irritando muito o Teo que se limitava a auxiliar Gab e dar alguns poucos palpites durante o jogo.

Gab: *Tira 1.*

Mar: *1? Tiramo 3.*

Teo: *Gab, vem cá...Vamo fazê uma conta. Que tal....*

Mar: *É a gente, eles já tiraram.*

Ra: *Quanto que eles tiraram?*

Mar: *4....Vamo de 3.*

Gab: *Tiramo 1....15*

Ra: *Claro, tira 4.*

Teo: *Tiraram 4? Ah! Gab, porque você fez isso, outra vez? Você é burro...De novo deixou 11*

Gab: *Sabe que eu pensei?*

Teo: *Ah!!!!*

Gab: *Teo eu tirei 1, se tirasse 3, também ia dá errado.*

Teo: *Se tirasse 2, ia dáerrado também.*

Gab: *Peraí. Na nossa vez tinha 16, não era?*

Mar: *Era.*

Gab: *Então tô começando a percebê alguma coisa....*

Mar: *É isso Gab, com 6 e com 11 a gente perde.*

Gab: *Eu já vi isso, mas eu quero sabe por quê?*

Na seqüência de derrotas de Gab e Teo, Mar e Ra procuraram aperfeiçoar cada vez mais a estratégia definida no sentido de garantir as vitórias sucessivas, enquanto Gab e Teo se confundiram muito em meio aos cálculos mentais e as tentativas de elaboração da estratégia.

Nestas construções, observou-se uma busca pela determinação da lógica da seqüência que começou a ser definida: 6, 11, 16,... Ra levantou uma hipótese decisiva na elaboração da estratégia:

Gab: *Vai.3.*

Mar: *Tiro 3*

Gab: *Tiro...4*

Ra: *Nós tiramos 1.*

Teo: *Tira 2, Gab*

Gab: *Ta bom...você que sabe.*

Teo: *Calma aí, ó,...beleza....tira 2 mesmo, vamo tentá.*

Gab: *Não devia tê tirado 2...*

Mar: *Ganhamo de novo! Tiramo 3*

Teo: *Contei errado.*

Gab: *Perdemo.Tem 11.*

Teo: *Gab, você qué fazê tudo sozinho, tá vendo?*

Ra: *É claro...se vocês tiravam 4, a gente tirava 1, sempre pra dá 5.*

Teo: *Quantos tinha lá?*

Gab: *8...não perai...11, acho que tinha 11.*

Teo: *Ta vendo? Você não conta e depois quer sabe qual é a lógica?*

Gab: *Era 11.*

Teo: *Ta vendo, chegou em 11, taí eles ganham.Não, perai... Se a gente tira 4, eles podem no máximo tira 4 ainda e sobra 3...ainda podemos ganhá.*

Gab: *Ah é, boa idéia.*

Teo: *Isso, comemora antes, quero ver o que vocês fazem agora.*

Mar: *Peraí....a gente tira 1.*

Teo: *Ah é, então não tem jeito!*

Gab: *Vai, eu não agüento mais perdê. Não é possível!!!!*

No episódio descrito acima, Teo, novamente insistiu na determinação da jogada do adversário e propôs uma hipótese de solução para o caso do 11. Entretanto, logo percebeu o “erro” com a jogada executada pelos adversários. Notou-se o quanto Ra e Mar já estavam dominando a situação. Ra, inclusive, verbalizou a estratégia que utilizaram: “...sempre dá 5”, ou seja, a combinação das jogadas entre jogadores e adversários, sempre deveria ser 5. O impasse foi: como deveria ser a primeira jogada? A intervenção da pesquisadora foi no sentido de chamar a atenção dos sujeitos quanto a esse fato, propondo a eles que jogassem uma partida contra ela.

Gab: *Pensei numa lógica.*

P: *Querem jogar comigo?*

Teo: *A gente tem que anotá o que a gente fez.*

Gab: *Vamo joga contra a pesquisadora?*

Teo: *A não...não to a fim de perder. Agora que a gente descobriu a estratégia?*

P: *Então, testa comigo!*
 Gab: *Vai...senão a gente fica jogando só na sorte! Vai P.*
 P: *Eu tiro 1.*
 Gab: *4*
 P: *tiro 1*
 Gab: *Tiro 2*
 P: *Eu tiro 3*
 Gab: *Quanto tem aí?*
 Teo: *16. 1?*
 Gab: *Perdemo. Vamo começa de novo.*
 Teo: *Calma Gab, você sozinho consegue percebê isso, mais ninguém, vamo terminá o jogo?*
 Gab: *Olha a gente tá aqui...ela consegue chegá em 11. Se a gente tira 1, ela tira 4, se a gente tira 2, ela tira 3, se a gente tira 3, ela tira 2 e se a gente tira 4, ela tira 1, de qualquer jeito ela chega em 11, você não entende? Ela não poderia ter chegado em 15. Ou seja, nem 6, nem 11, nem 15. De novo, vai.*
 P: *Quem começa?*
 Gab: *A gente. Tirei 1.*
 P: *Eu vou tirar 2.*
 Gab: *Tá com 26 – 2, dá 24...tira 3*
 P: *Eu tiro 1.*
 Gab: *Eu tiro 4, dá 16, certo?*
 P: *Tiro 2.*
 Gab: *Tira 3.*
 Teo: *Tem 14...tira 3*
 P: *Eu tiro 1.*
 Gab: *P. essa é a tua derrota. Tiro 4.*
 P: *Tiro 2*
 Gab: *Tiramo 3, ganhamo.*
 P: *O que que tem que fazer, então? Como vocês pensaram?*
 Gab: *Tem que somá 5. ..Eu não sei direito, eu sei que se você chega em 6 ou 11, você perde.*
 P: *Mas por que 5?*
 Gab: *Porque quando nós dois jogamos, eu e você, eu consigo controlá, com grupos de 5. E eu controlo a sua jogada...então, se eu não começá, eu perco!*
 Ra: *A gente já tinha percebido isso. São grupos de 5. A derrota vai de 5 em 5: 6, 11,16,21,...*
 P: *E a primeira jogada?*
 Gab: *É o 1, e em seguida é de 5 em 5. No mínimo é 1 e no máximo é 4, a gente faz grupos de 5, daí deixa um pro final. Claro!!! Tá vendo eu consegui.*
 Mar: *Tem que ir de 5 em 5, não é?*
 Ra: *É, mas a primeira jogada tem que ser 1.Gab, você não conseguiu sozinho, ta? A gente fez junto.*
 (outros alunos, dos outros grupos começam a desafiar os sujeitos para tentar ganhar. Gab é o primeiro a sair correndo do grupo e ir desafiar os alunos dos outros grupos. Teo reclama)
 Gab: *Bom, vamo escreve. A lógica é assim...se você chega em 1, você ganha, certo? Se você chega em 6, também, porque é 1 mais 5. Se você chega em 11, que é mais 5, você também ganha...Então sempre vai ter uma jogada que você faz que a diferença para o adversário é sempre 5, entendeu? Se for indo assim, vai sobra 1 pro final, que é a primeira jogada.*
 Teo: *Como então é a estratégia?*
 Gab: *Você começa tirando 1, daí vai fazendo formar grupos de 5, a sua jogada com o adversário, até o final que é 1 pro outro, e ele perde.*
 P: *E se eu mudar o número de palitos, a estratégia continua a mesma?*
 Mar e Gab: *Continua.*
 Gab: *É só fazê os grupos de 5 e o resto da divisão é a primeira e a última jogada.*

Mar e Ra: (redigem a lógica) *Vamo escrever a gente, a lógica? Quem começa sempre ganha.....*

Teo: *Quem começá ganha. Vocês aquela hora, tavam usando a lógica máxima?*

Ra: *Não, a gente tava só tentando deixar o 6. E ia variando, tinha hora que a gente começava com 2 ou com 3....*

Gab: *Isso, experimenta agora começá com 2 ou 3, que vocês vão ver o que que eu faço.*

Mar: *Como você vira o jogo?*

Gab: *Ué, se você tira 2, é como se eu tivesse começado com 1 e você tirasse 1, daí eu tiraria 4, virando o jogo pra mim, entendeu?*

No extenso episódio descrito acima, observou-se o processo de intervenção pedagógica realizado pela pesquisadora, interferindo diretamente na organização do raciocínio que determinou a estratégia que os próprios sujeitos já estavam formulando. Perceber os limitadores que definiam a estratégia, isto é, que quem começava sempre ganhava, que necessitava começar com 1 palito e que o conceito que estava envolvido na definição da estratégia era o conceito de divisão, representou uma forma de sistematização da regularidade observada, ou seja, a construção de uma lei geral que descrevesse aquela ação estratégica. Entretanto, observou-se uma dificuldade muito grande no G1 em redigir o raciocínio estabelecido. Houve a necessidade de testar a estratégia com os colegas de outros grupos para que a estratégia pudesse ser registrada. O registro representou, para o G1, um momento de análise e depuração do próprio raciocínio construído.

No G2, as situações de intervenção e desencadeamento do jogo foram muito semelhantes. Entretanto, a forma de registro elaborada por esse grupo mereceu destaque como um “mapeamento” das idéias construídas pelos sujeitos deste grupo e o nível de sistematização estabelecido das estratégias que foram desenvolvendo, exigindo, dos sujeitos, uma reflexão mais depurada sobre suas próprias formas de elaboração do raciocínio. Mari foi o único sujeito que demonstrou pouco interesse e quase nenhuma compreensão sobre o jogo. Na verdade, suas jogadas foram, na maioria das vezes, aleatórias. A responsabilidade do registro foi de Ju e Jô, com a colaboração de Isa:

O nº no final tem de ser maior que 6 !!

tem a ver com o que o outro pegou

Tem de somar 5 para poder ganhar

Se ela tira 3 eu pago 2 pq $3+2=5$

ISSO DÁ CERTO pq $5+5+5+5=20+5=25+1=26$

↓
A de comesso VC sempre paga 1
↓
que salva

se ela paga 1 eu pago 4 pq o 1 mais o 4 = 5

↓
que é 1

Se acontecer do mínimo ser 1 e o máximo 10 você vai sempre pagar para tirar

Quem começar e sabe a estratégia sempre ganha

32 palitos	35 palitos	33 palitos
min: 1	min: 1	min: 1
max: 4	max: 4	max: 3
↓ 5 = min + max comesso tirando	↓ 5 comesso tirando	↓ 4 comesso tirando
1	4	4 ↓ não dá

Pelo registro, pôde-se observar as condições que determinaram a estratégia, ou seja: a relação entre as jogadas do jogador e do adversário (conceito de função); os agrupamentos definidos (mínimo mais máximo); a divisibilidade por 5; a ação estratégica de sempre tirar pra completar 5, definindo a movimentação das peças; a determinação de que quem começava e dominava a estratégia sempre vencia e a generalização da estratégia para outras quantidades de palitos.

A intervenção da pesquisadora, no G2, foi no sentido de que registrassem as várias constatações que estavam realizando, insistindo para que descrevessem o porquê das várias ações sugeridas como solução do problema. Nas justificativas das várias ações, pôde-se identificar o conceito de divisibilidade, quando foi definido o agrupamento de 5 em 5, com a idéia vinculada à

divisão de “quantos cabem” e a valorização do resto na divisão, principalmente na descrição das outras situações de jogo, com 32, 35 e 33 palitos (generalização), onde o resto foi definido como o palito que ficaria pro final, para o adversário perder e quantos palitos deveriam ser retirados no início, decorrendo daí a importância do resto como sendo a quantidade necessária para fazer o perdedor e a definição para a primeira jogada.

Essa idéia da divisão relacionada ao conceito de “quantos cabem”, ou seja, por exemplo, dividir 27 por 5 representa quantos grupos de 5 cabem em 27, necessita ser valorizada no processo de ensino-aprendizagem do conceito de divisão, pois representa uma das idéias principais para a compreensão da divisão de números fracionários. Em situações escolares onde esta idéia é pouco ou quase nada desenvolvida, os alunos apresentam grande dificuldade em compreender, posteriormente, por exemplo, que $2 : \frac{1}{2}$ é igual a 4 porque essa divisão representa quantas metades ($\frac{1}{2}$) cabem em 2 inteiros. Portanto, nos agrupamentos definidos pelos sujeitos da pesquisa, na determinação da estratégia máxima, identificou-se essa idéia de divisão sendo trabalhada, representando mais uma estrutura importante sendo construída na situação de jogo do Nim.

Para este jogo, não fez sentido propor um momento de “jogar com competência”, pois se tratava de um jogo de estratégia máxima, onde se teve o jogo encerrado e o desafio concluído, na medida em que os jogadores foram capazes de formular a estratégia máxima. Jogar novamente seria, como eles próprios declararam: decidir quem vence no par ou ímpar. Portanto, a estrutura do jogo do Nim não permitiu esse outro momento, já que o objetivo da intervenção com esse jogo já havia sido atingido (trabalhar conceitos e/ou habilidades matemáticas na situação de intervenção pedagógica com o jogo) junto com a determinação da estratégia. Neste sentido, o momento de “jogar com competência” no Nim foi concomitante com a determinação da estratégia máxima. Nem mesmo a situação de intervenção escrita (situações-problema) com esse jogo se fez necessária e a interferência no jogo pela intervenção verbal foi bem pequena, pois a determinação da estratégia já representou a resolução do “problema em movimento” (Moura, M.,1992a).

Destacou-se a discussão processada na resolução do problema, o levantamento de hipóteses, a análise dos erros, os aspectos relacionados à interação social no jogo, definidos pelas jogadas combinadas entre os sujeitos (argumentação entre os parceiros de jogo) e o registro da estratégia – momento de sistematização.

Os dados mostraram, o quanto a situação com o jogo do Nim pôde representar uma sistematização de muitos dos elementos desenvolvidos nas situações de jogo com o Contig 60[®]. Embora estivesse à disposição dos sujeitos papel, lápis e calculadora, continuaram a realizar os cálculos mentalmente na definição das estratégias. Os procedimentos de cálculo mental observados no jogo do Contig 60, foram retomados nesta situação de jogo, com algumas componentes a mais, como a definição dos agrupamentos através dos cálculos de múltiplos e divisores.

Portanto, na investigação desenvolvida, demonstrou-se como os sujeitos foram construindo as noções, os procedimentos e os conceitos matemáticos, a partir da ação nos jogos de regras (Contig 60[®] e Nim) e da intervenção pedagógica processada pela pesquisadora. Na apresentação dos resultados, foram apontadas as unidades de análise que representaram o eixo norteador da discussão processada. Portanto, a análise de elementos, tais como, a construção de estratégias, a análise de possibilidades no jogo, a interação social, os registros de jogo e de situações-problema, a análise sobre o “erro”, construção de sistemas, a ludicidade e o interesse, propiciaram uma descrição sobre os processos de construção e resgate dos conceitos e habilidades nas situações de intervenção com o jogo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A análise dos resultados mostrou a validade do uso de jogos nas atividades em sala de aula de Matemática, quando realizadas sob a orientação definida neste trabalho. Não se avaliou o jogo em si, o instrumento, as regras, mas se considerou a maneira como poderia ser utilizado com uma solicitação especial do professor.

Podem-se delinear algumas considerações a partir da análise processada, nesta pesquisa, que buscou investigar o uso de jogos de regras na sala de aula de Matemática.

Considerando o referencial teórico adotado nesta pesquisa, pôde-se caracterizar o jogo como um instrumento lúdico, apresentando elementos favoráveis à sua aplicação educacional. O jogo espontâneo assumiu um caráter pedagógico, quando desencadeado segundo as orientações definidas na metodologia (Cap. IV), pelo processo de intervenção pedagógica.

Durante todo o processo de intervenção pedagógica realizado pela pesquisadora, neste cenário composto pelos dois jogos de regras (Contig 60[®] e Nim), a análise dos resultados mostrou os procedimentos dos sujeitos nos jogos e evidenciou-se o processo de formação de conceitos e/ou habilidades matemáticas.

Nas situações com o jogo Contig 60[®], foi possível observar, analisar e avaliar procedimentos de cálculo mental que foram sendo construídos a partir da resolução dos problemas de jogo, nas situações de previsão de jogadas, na resolução dos problemas escritos, na análise de possibilidades de jogadas e tomada de decisões, na argumentação necessária para o acordo entre parceiros sobre a jogada a ser realizada, na formulação das respostas aos questionamentos realizados pela pesquisadora na intervenção verbal e na elaboração de estratégias para vencer o jogo. Além disso, foi possível para a pesquisadora, trabalhar com o conteúdo matemático da escola regular (propriedades aritméticas, fatorações, primidade do número, cálculo mental) em diferentes situações, incentivando o raciocínio dos sujeitos, solicitando justificativas, explicações e comparando diferentes procedimentos adotados. A característica do trabalho com jogos é que não se ensina os conteúdos escolares de Matemática de

maneira tradicional, mas se procura explorar as situações com o sujeito, buscando favorecer o processo de abstração e construção do conhecimento.

Jogando o Contig 60[®], os sujeitos foram capazes de pensar matematicamente na medida em que articularam diferentes jogadas e estratégias, estabeleceram relações enfrentaram e analisaram as contradições, definiram padrões, criaram sistemas baseados em tais estratégias, compuseram, decompuseram, associaram e construíram relações algébricas abstratas, a partir das previsões e análises de possibilidades sobre o jogo.

Essa busca constante em definir padrões e estabelecer os sistemas, a partir de suas regularidades, foi destacada no trabalho de intervenção com os dois grupos de sujeitos. Houve momentos em que o jogo propriamente dito foi até “esquecido” e os sujeitos passaram a operar com hipóteses de jogadas e previsões de jogo. Este tipo de atitude durante a ação do jogo permitiu uma maior análise a cerca das possibilidades que foram sendo construídas. Analisando o jogo, “fora dele” foi possível, aos sujeitos, uma maior flexibilidade para a construção de possibilidades.

Na situação de reconhecimento do tabuleiro do jogo Contig 60[®], os sujeitos foram capazes de perceber algumas regularidades na obtenção dos números e construíram sistemas que representavam, logicamente, a generalização do que era observado. A construção desses modelos fez parte do próprio processo de investigação matemática, que possibilitou descrever um fenômeno observado (regularidade) e generalizá-lo para as novas situações, percebendo os limites e possibilidades do sistema construído. A Matemática, enquanto corpo teórico, é produzida e sistematizada em termos de conexões lógicas que envolvem, dentre outras, as relações de implicação se...então. Portanto, a valorização de situações escolares que favoreçam este tipo de relação é fundamental. O jogo demonstrou que, quando explorado pelo professor com o cuidado de desencadear o raciocínio e passar do fazer ao compreender, segundo os aspectos abordados no Capítulo II e mostrados no estudo de caso aqui processado, pode ser um recurso eficiente nas aulas de Matemática.

Desafiados pela pesquisadora, a ação dos sujeitos indicou um processo de construção das noções matemáticas no jogo, ou seja, no momento lúdico, no “jogo pelo jogo”. Durante o processo de intervenção pedagógica, a pesquisadora apresentava os desafios e propunha a resolução das situações-problema de jogo, incentivando a construção de conceitos matemáticos.

Nas situações de jogo foi enfatizada a interação social e foram analisados os aspectos relacionados ao jogo social, a discussão, o confronto de diferentes posições, a formulação de estratégias de cálculo mental. Observou-se o processo de trocas, a construção de procedimentos de cálculo, através do acordo sobre jogadas e das previsões nas ações dos adversários. Os jogadores atuaram cooperativamente, ou seja, discutiram, analisaram, trocaram idéias, coordenaram pontos de vista na construção de procedimentos, tomaram decisões e aprenderam uns com os outros, comparando e confrontando idéias, buscando juntos as soluções das situações-problema de jogo que se apresentavam.

Na análise da construção dos procedimentos de resolução de problemas de jogo, a partir da consideração de diferentes pontos de vista, da formulação das estratégias, os sujeitos foram construindo várias estratégias de cálculo mental, para facilitar os cálculos. Em muitas dessas situações, destacou-se a formulação do pensamento algébrico presente na estrutura dos cálculos realizados por alguns sujeitos. A aplicação das propriedades aritméticas, como facilitadora na realização dos cálculos mentais, também mereceu destaque no processo de intervenção pedagógica realizado. O pensamento algébrico foi sendo construído, por alguns sujeitos, a partir da exploração e generalização das propriedades aritméticas.

A análise de possibilidades de jogo, executada a cada nova jogada, ou, mesmo, durante a previsão de jogo, possibilitou, aos sujeitos, construir inúmeras sentenças de obtenção dos números. Eles verificaram diferentes possibilidades até a definição da melhor jogada. Observou-se que, no decorrer das várias partidas, os sujeitos foram cada vez mais ampliando suas hipóteses, construindo novas possibilidades, desenvolvendo estratégias na determinação de tais possibilidades, tomando decisões e se mostrando mais autônomos na análise das situações de jogo. Levantando hipóteses, percebendo regularidades, construindo possibilidades, argumentando, testando e analisando cada uma delas, os sujeitos desencadearam o próprio processo de “fazer matemática”, ou seja, o processo de investigação matemática. Portanto, a pesquisa realizada demonstrou como esse processo é possível de ser desencadeado em situação escolar.

A partir dos desafios de jogo e da conseqüente busca de soluções e melhores jogadas, da análise de possibilidades, levantamento de hipóteses e justificativas obtidas na intervenção, os sujeitos puderam realizar as antecipações e/ou previsões necessárias para solucionar as tarefas do jogo, construindo suas estratégias. Foi possível verificar, nesses momentos, o processo de

conceitualização matemática no jogo, já que o conceito estava implícito na ação do jogo (Macedo et al., 1997) e na elaboração das estratégias. As situações de previsão e/ou antecipação propiciaram aos sujeitos momentos de imaginação e abstração no jogo, na medida em que, ao anteciparem uma jogada, os sujeitos imaginavam como o jogo poderia retornar para eles, o que significou “jogar fora do objeto do jogo”, representando um momento em que o pensamento foi independente do objeto, propiciando caminhos para a abstração reflexiva (Piaget, 1995). Além disso, o processo de antecipação no jogo possibilitou aos sujeitos realizarem o planejamento de suas ações, evitando as jogadas aleatórias, que oferecem pouca contribuição para o processo de ensino-aprendizagem.

Nas situações de ataque e defesa, observou-se o quanto a competição, implícita no jogo de estratégia, possibilitou aos sujeitos a analisarem diferentes situações de jogo, a fim de tentar vencê-lo. Além disso, os sujeitos foram capazes de perceber que, da mesma forma em que os adversários estavam sujeitos às determinações aleatórias, eles também estavam, o que implicou na necessidade de raciocinar sobre o aleatório (característica do Contig 60[®] apresentada no Cap. V). Portanto, a tentativa de realizar uma boa jogada implicou em analisar possibilidades de jogadas, refletir sobre elas e tomar decisões, levando em consideração o risco que cada jogada possuía.

Nem sempre a melhor jogada foi a escolhida pelo sujeito, em determinada atividade. A situação de jogo favorece ao sujeito a construção de procedimentos e a análise do próprios procedimentos, na busca por compreender as relações que favorecem os êxitos e o fracasso, como explica Brenelli (1996a). Os sujeitos da pesquisa, em muitas ocasiões, analisaram as próprias jogadas e, em um processo de tomada de consciência da ação, analisaram os erros, o que possibilitou repensarem suas estratégias e construírem novas estruturas, novos sistemas que representassem a superação de um determinado erro percebido. Por outro lado, conforme descrito em capítulo anterior, o processo de construção de conceitos a partir da análise das jogadas “erradas” não ficou tão claro no jogo Contig 60[®] pelo fator aleatório que nele é envolvido. Assim, o raciocínio utilizado foi o seguinte: uma melhor jogada não pode ser definida, pois os números obtidos nos dados não são bons. Não se considerou que outras jogadas melhores, possíveis, não tenham sido construídas pelos sujeitos.

Como mencionam Macedo et al. (1997), os jogos podem constituir uma experiência interessante no processo de considerar os erros na busca de soluções mais adequadas a uma

tarefa. Na escola, os professores podem encontrar dificuldades em conseguir que o aluno refaça um trabalho, releia e avalie a sua própria produção. Os autores citados lembram que, no jogo, o erro surge como fonte de informação, estimulando cada um a analisar a sua própria produção, compreendendo seus erros e buscando corrigí-los.

O interesse demonstrado pelos sujeitos na realização das atividades com o jogos, demonstrou um dos aspectos mais importantes do trabalho com esta atividade lúdica na sala de aula de Matemática. Os sujeitos, de uma maneira geral, estiveram envolvidos na realização das tarefas propostas todo o tempo. Mesmo aqueles sujeitos, como Teo e Mari, que se manifestaram verbalmente, reclamando sobre a atividade ou mesmo sobre a atitude dos colegas, participaram ativamente na realização das tarefas, contribuindo com o grupo, propondo soluções, efetuando cálculos e analisando possibilidades de jogadas. O que se procurou mostrar foi o aspecto de contribuição que o interesse pela atividade pôde oferecer, no sentido de que, enquanto os sujeitos estavam cada vez mais empenhados na realização das atividades propostas e se mostravam receptivos aos desafios propostos, as discussões matemáticas e análises dos conceitos ficaram cada vez mais complexas, ampliando para conceitos como a divisibilidade e a fatoração algébrica. O prazer demonstrado pelos sujeitos quando resolviam um desafio, incentivava-os a buscarem novas estratégias e novas soluções para os problemas, construindo novas possibilidades, novos conceitos.

O processo de intervenção pedagógica se mostrou fundamental na sistematização dos conceitos matemáticos trabalhados nas situações de jogo. Nos inúmeros questionamentos realizados pela pesquisadora, durante a intervenção verbal, observou-se o resgate das situações de aplicação dos conceitos já construídos pelos sujeitos, em outros momentos da sua escolaridade, e que foram sendo utilizados por eles, naturalmente, nas situações de jogo. Neste sentido, ficou demonstrada a validade da atividade de jogo como um momento propício ao resgate e aplicação dos conceitos matemáticos, anteriormente construídos pelos sujeitos (Moura,M.,1992). A sistematização dos conceitos possibilitou evidenciar para o sujeito o conteúdo que ele estava trabalhando, as relações que estava percebendo, as regularidades que podiam ser observadas, a constatação de suas hipóteses e a possível aplicação de tais idéias às outras situações. Uma situação de jogo também pode favorecer um diagnóstico das dificuldades, ou mesmo, dos conceitos que os alunos já construíram.

O processo de registro de jogo e das resoluções das situações-problema representou um momento importante no qual os sujeitos analisaram com maior cuidado suas próprias formas de pensar. Analisando os protocolos, verifica-se diferentes situações de tomada de consciência dos próprios procedimentos, em que o sujeito pensa sobre o pensado, retomando o próprio raciocínio, analisando a trajetória de solução. Durante a realização das situações-problema, os sujeitos da pesquisa foram capazes de elaborar estratégias de cálculo mental, ou até, realizar análises de possibilidades cada vez mais depuradas.

A análise do jogo através das situações permitiu o estabelecimento de uma reflexão hipotética sobre o jogo (raciocínio hipotético-dedutivo). Para o sujeito, representou um aperfeiçoamento de suas estratégias para vencer o jogo; para a pesquisadora, representou um recurso para a sistematização e construção de conceitos matemáticos.

Os registros efetuados pelos alunos esclareceram o processo de raciocínio realizado pelos sujeitos e as diferentes formas de análise sobre os problemas de jogo. O registro representou um momento de síntese, de decisão. A análise dos procedimentos de resolução dos problemas de jogo permitiu, até mesmo, um diagnóstico das habilidades e domínios dos conceitos já trabalhados.

A habilidade de cálculo mental dos sujeitos foi se desenvolvendo, na medida em que foram capazes de aplicar “novos” procedimentos, anteriormente construídos na ação do jogo, às novas situações-problema que surgiam do jogo, ou nas situações propostas pela pesquisadora. Este aperfeiçoamento na habilidade pôde ser observado a partir das situações de “jogar com competência”.

Nestas situações que envolveram o “jogar com competência”, pôde-se resgatar todo esse processo de construção e análise sobre o jogo, sendo aplicado a uma situação específica. A partir da análise do tabuleiro do jogo, das jogadas realizadas, da resolução das situações de conflito que surgiram no decorrer do jogo e da resolução das situações-problema do jogo simulado, os sujeitos foram capazes de voltar ao jogo, com mais autonomia e análise de possibilidades mais depuradas, mostrando progressos na compreensão do processo e um maior nível de criticidade. Nesse momento, ocorreu, também, o resgate do valor lúdico do jogo, no sentido de que o retorno ao jogo representou mais um momento de “jogo pelo jogo” para os sujeitos, embora, para a pesquisadora, tenha sido um momento de observação sobre as mudanças significativas no jogo

dos sujeitos, após as análises processadas. Representou, ainda, um momento de avaliação dos resultados obtidos nas discussões e análises realizadas.

Na situação de intervenção com o jogo do Nim, pôde-se identificar vários conceitos trabalhados anteriormente no Jogo Contig 60[®], sendo resgatados (cálculo mental, divisibilidade e propriedades aritméticas), além de outros também importantes, como a multiplicidade e a idéia de divisão (agrupamentos). O registro do jogo processado pelos sujeitos representou um ponto forte na realização da atividade com esse jogo, já que, para a representação da solução encontrada para a situação-problema de jogo (estratégia máxima), os sujeitos tiveram que descentralizar o seu raciocínio de uma única perspectiva de jogo, a de quem joga, para refletir sobre as possibilidades a partir do não controle das jogadas do adversário, construindo a estratégia vencedora e registrando-a, segundo uma linguagem própria. A execução desse registro implicou numa reflexão dos sujeitos sobre as suas próprias formas de pensar (tomada de consciência), o que determinou um momento de análise e depuração da estratégia construída. Portanto, observou-se mais uma situação onde o registro representou um momento de sistematização do raciocínio encontrado, de generalização a partir da observação de uma regularidade e da construção de um modelo explicativo (estratégia máxima). O registro da estratégia deste jogo foi mais elaborado que os registros do jogo Contig 60[®], representando uma evolução na própria escrita matemática.

Na intervenção com os dois jogos foram delineadas várias situações em que o conteúdo matemático, identificado a partir das atividades dos sujeitos, pôde ser destacado e sistematizado, aproximando-se das exigências do trabalho com os conteúdos escolares. Conceitos de divisibilidade, multiplicidade e propriedades dos números naturais (propriedade distributiva, propriedade comutativa), puderam ser resgatados das situações, analisados e discutidos com os sujeitos. O registro permitiu uma sistematização de tais conceitos, e a explicitação dos procedimentos de resolução de problemas permitiu, aos sujeitos, uma análise do seu próprio raciocínio.

Os “momentos de jogo”, caracterizados como as etapas do processo de intervenção pedagógica na sala de aula, demonstraram os aspectos metodológicos do trabalho com os jogos nas salas de aula de Matemática. Portanto, representou a definição de um trabalho pedagógico possível e útil de ser realizado em sala de aula.

A metodologia utilizada na pesquisa demonstrou ser adequada no sentido de que, considerando o referencial teórico adotado e os dados coletados com instrumentos que se apresentaram eficazes na explicitação de um retrato da realidade da sala de aula de Matemática; foi possível identificar os processos cognitivos desencadeados, pelos sujeitos, na construção dos conceitos matemáticos, no resgate dos conceitos anteriormente trabalhados e no desenvolvimento de habilidades de cálculo mental. Todo esse processo mostrou o quanto o jogo pode ser útil para a aprendizagem do aluno sobre o próprio processo de investigação matemática, pois essas são as etapas de construção do conhecimento científico. Neste sentido, concordamos com Moura, M. (1994b), quando afirma:

“Para nós, a importância do jogo está nas possibilidades de aproximar a criança do conhecimento científico, vivendo ‘virtualmente’ situações de solução de problemas que os aproxima daquelas que o homem ‘realmente’ enfrenta ou enfrentou.” (Moura,M.,1994b:p.24)

Os resultados obtidos e a análise processada indicam que é possível o uso de jogos em sala de aula, no ensino da Matemática, como um recurso, considerando-se o trabalho em grupos que podem ser atendidos pelo professor, em diferentes momentos. Portanto, o jogo, nesta pesquisa, mostrou-se um instrumento eficaz para o processo de ensino-aprendizagem da Matemática.

Verificou-se que um melhor encaminhamento do processo, em classes numerosas, pode exigir a presença de mais de um professor, quando se trabalha com mais de dois grupos. Pode-se supor que o trabalho possa ser desenvolvido na escola em mais de dois dias, com a atenção dividida ora em dois grupos, e em outro dia, em outros dois, o que não invalida a proposta.

É fundamental que os objetivos do trabalho com cada jogo estejam claros para o professor e de que possa realizar as intervenções no momento mais adequado, contribuindo para a aprendizagem matemática do aluno. Na pesquisa realizada, observou-se o importante papel das intervenções e como elas podiam representar momentos de contribuição ou limitação para a análise do sujeito.

Estes últimos aspectos merecem ser melhor estudados, avaliando-se, inclusive os efeitos possíveis da ação dos sujeitos sem a presença e intervenção direta do professor.

A relevância desta pesquisa, assim como de todo trabalho que considera a sala de aula como seu ambiente de investigação, é, sem dúvida, contribuir para uma reflexão sobre a prática pedagógica e a didática da Matemática, no sentido de melhorar o ensino da Matemática atual e aproximar, cada vez mais, o aluno do objeto de conhecimento: a Matemática. Neste sentido, valorizou-se, nesta pesquisa, evidenciar os processos desencadeados na utilização de jogos no ensino da Matemática, a fim de que possa ocorrer uma aprendizagem Matemática significativa, útil para o aluno no processo do “fazer matemática” e na compreensão desse processo, como também, conferir ao ensino da Matemática momentos de alegria, descontração, paixão e envolvimento, pela atividade lúdica que o jogo representa.

BIBLIOGRAFIA

- ÁLVAREZ FONTENLA, F. Jugando con los números. **Cuadernos de Pedagogía**. Barcelona, Espanha, n.166, p. 12-17, jan. 1989.
- AMONACHVILI, C. Um Impulso Vital. **Correio da UNESCO**. Ano 9, n°7, p. 14-17, jul. 1991.
- AUSUBEL, D. P., NOVAK, J. D., HANESIAN, H. **Educational Psychology: a cognitive view**. New York, USA: Holt, Rinenhart and Winston, 1978.
- AZEVEDO, M. V. R. **Jogando e Construindo Matemática: a influência dos jogos e materiais pedagógicos na construção dos conceitos em Matemática**. São Paulo: Unidas, 1993. 146p.
- BARBER, J., BRAXTON, B., GONSALVES, P., LIPNER, L. **Math Around the World**. Berkley, USA: 1995. 190p.
- BARCO, L. **Dois mais Dois: um Matemático no mundo da Comunicação**. São Paulo: Thema Editorial, 1993. 111p.
- _____ Onde anda a Imaginação? **Revista Superinteressante**. São Paulo, n. 5, p. 90, maio, 1998.
- BOUSQUET, M. M. Um Oásis de Felicidade. **Correio da UNESCO**. Ano 9, n°7, p. 14-17, jul. 1991.
- BRENELLI, R. P. **Intervenção Pedagógica, Via Jogos Quilles e Cilada, para favorecer a Construção de Estruturas Operatórias e Noções Aritméticas em Crianças com Dificuldades de Aprendizagem**. Campinas, SP, 1993. Tese de Doutorado. Faculdade de Educação, UNICAMP.
- _____ **O Jogo como Espaço para Pensar: A Construção de Noções Lógicas e Aritméticas**. Campinas: Papyrus, 1996a. 208p.
- _____ O Raciocínio Abduativo no Jogo de Regras. In: **Anais do IV Simpósio Internacional de Epistemologia Genética e XIII Encontro Nacional de Professores do PROEPRE**, Águas de Lindóia, p. 127-136, 1996b.
- BROUGÈRE, G. **Jogo e Educação**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998. 218p.

- CAILLOIS, R. **Os Jogos e os Homens: a máscara e a vertigem.** Tradução José Garcez Palha. Lisboa, Portugal: Cotovia, 1990. 228p.
- CARRASCO, L. H. M. **Jogos versus Realidade. Implicações na Educação Matemática.** Rio Claro, SP, 1992.302p. Dissertação de Mestrado. Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP.
- CHAUTEAU, J. **O Jogo e a Criança.** Tradução Guido de Almeida. São Paulo: Summus Editorial, 1987. 139p.
- COMENIUS, J.A. **Didática Magna.** Tradução Ivone Castilho Benedetti. São Paulo: Martins Fontes, 1997. 390p.
- CORBALÁN, F. **Juegos Matemáticos para Secundaria Y Bachillerato.** Madrid, Espanha: Editorial Síntesis, 1996. 271p.
- D'AMBROSIO, B. S. Formação de Professores de Matemática para o Século XXI: o grande desafio. **Pro-Posições.** Campinas, v.4, n.1/10, p. 35-41, mar. 1993.
- D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática: arte ou técnica de explicar e conhecer.** São Paulo: Ática, 1990. 88p.
- _____ **Educação Matemática: da teoria à prática.** Campinas: Papyrus, 1996. 121p.
- _____ **A Era da Consciência.** São Paulo: Fundação Peirópolis, 1997. 53p.
- D'AMBROSIO, U., WEIL, P., CREMA, R. **Rumo à Nova Transdisciplinaridade: sistemas abertos de conhecimento.** São Paulo: Summus Editorial, 1993. 175p.
- DEWEY, J. **Como Pensamos.** São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1979.
- EIGEN, M., WINKLER, R. **O Jogo: as leis naturais que regulam o acaso.** Tradução Carlos Fiolhais. Lisboa, Portugal: Gradiva, 1989. 455p.
- ELKONIN, D.B. **Psicología del Juego.** Tradução Josefina López Hurtado. Havana, Cuba: Editorial Pueblo y Educación, 1984. 280p.
- EMERIQUE, P. S. Isto e Aquilo: Jogo e “Ensinar” Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (org.) **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas.** São Paulo: UNESP, 1999. cap.11, p.185-198.
- ESTEVA BORONAT, M. **Como Evaluar el Desarrollo Alcanzado por los Niños en el Juego de Roles.** Habana, Cuba: Instituto Pedagógico Latino Americano y Del Caribe, 1992.
- FAZENDA, I. (org.) **Metodologia da Pesquisa Educacional.** 2. ed. São Paulo: Cortez, 1992. 135p.

- FERNANDEZ SUCASAS, J., RODRIGUEZ VELA, M. I. R. **Juegos y Pasatiempos para la Enseñanza de la Matemática Elemental**. Madrid, Espanha: Síntesis, 1991. 168p.
- FIORENTINI, D. A Educação Matemática Enquanto Campo Profissional de Produção de Saber: a trajetória brasileira. **Revista Tecno-Científica DYNAMIS**. Blumenau, v.2, n.7, p. 7-17, abr./jun., 1994.
- FIORENTINI, D., MIORIM, M. A. Uma Reflexão sobre o Uso de Materiais Concretos e Jogos no Ensino da Matemática. **Boletim SBEM-SP**. São Paulo, ano 4, n.7, p. 5-10, jul./ago. 1990.
- FRANÇA, G. W. **Tia, Me Deixa Brincar! O Espaço do Jogo na Educação Pré-Escolar**. São Paulo, 1990, p.196. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Educação, PUC-SP.
- FRIEDMANN, A. **Brincar: crescer e aprender: O resgate do jogo infantil**. São Paulo: Moderna, 1996. 128p.
- GARDNER, M. **Divertimentos Matemáticos**. Tradução Bruno Mazza. São Paulo: Ibrasa, 1961. 187p.
- GIMÉNEZ, J. **Aprendiendo Algebra Atraves de Juegos**. Barcelona, Espanha: Universitat Rovira I Virgili, 1993.
- GÓMEZ CHACÓN, I. M. Los Juegos de Estrategia en el Curriculum de Matemáticas. **Apuntes Instituto de Estudios Pedagogicos Somosaguas**. Madrid, Espanha:, n.55, 1992.
- GONZÁLEZ, A.,RADRIZZANI GOÑI, A. M. **El Niño y el Juego: las Operaciones Infralógicas Espaciales y el Ruego Reglado**. Buenos Aires: Nueva Visión, 1987. 183p.
- GRANDO, R. C. A Construção do Conceito Matemático no Jogo. **Revista de Educação Matemática. SBEM-SP**, ano 5, n. 3, p. 13-17, jan.,1997.
- _____ **O Jogo e suas Possibilidades Metodológicas no Processo Ensino-Aprendizagem da Matemática**. Campinas, SP,1995. 175p. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Educação, UNICAMP.
- GRUPO AZARQUIEL (org.) **Ideas y Actividades para Enseñar Álgebra**. Madrid, Espanha: Editorial Síntesis, 1993. 200p.
- HENRIOT, J. **Le Jeu**. Paris, França: Presses Universitaires de France, 1969. 105p.
- HOPE, J. A. Cálculo Mental: anacronismo ou habilidade básica? In: **Estimation and Mental Computation**. NCTM-USA, Yearbook, 1986.
- HUIZINGA, J. **Homo Ludens: o jogo como elemento da cultura**. 2. ed. Tradução João Paulo Monteiro. São Paulo: Perspectiva, 1990. 236p.

- INHELDER, B., CAPRONA, D. Para o Construtivismo Psicológico: Estruturas? Procedimentos? As Duas Indissociáveis. In: **Le Cheminent des découvertes de l'enfant: recherche sur les microgêneses cognitives**. Paris, França: Delachaux et Niestlé, 1992.
- KAMII, C., DEVRIES, R. **Jogos em Grupo na Educação Infantil: implicações na teoria de Piaget**. tradução: Marina Célia Dias Carrasqueira. São Paulo: Trajetória Cultural, 1991. 355p.
- KISHIMOTO, T. M. **O Jogo e a Educação Infantil**. São Paulo: Pioneira, 1994. 63p.
- _____ (org.). **Jogo, Brinquedo, Brincadeira e a Educação**. São Paulo: Cortez, 1996. 183p.
- KRAUS, W. H. The Use of Problem-Solving Heuristics in the Playing of Games Involving Mathematics. **Journal for Research in Mathematics Education**. v.13, n.3, maio, 1982.
- LEIF, J., BRUNELLE, L. **O Jogo pelo Jogo: a atividade lúdica na educação de crianças e adolescentes**. Tradução Júlio César Castañon Guimarães. Rio de Janeiro: Zahar, 1978. 179p.
- LENER, D. O Ensino e o Aprendizado Escolar. In: CASTORINA, J. A., et al. Tradução Cláudia Schilling. **Piaget/Vygotsky: novas contribuições para o debate**. 6. ed. São Paulo: Ática, 1996. cap.3, p.85-146.
- LEONTIEV, A. N. Os Princípios Psicológicos da Brincadeira Pré-escolar. In: LEONTIEV, A. N., LURIA, A. R., VYGOTSKY, L. S. **Linguagem, Desenvolvimento e Aprendizagem**. Tradução Maria da Penha Villalobos. 3. ed. São Paulo: Ícone/Edusp, 1991. 228p.
- LOPES, A. V. et al. **Actividades Matemáticas na Sala de Aula**. Lisboa: Portugal, 1996.128p.
- LÜDKE, M., ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.
- MACEDO, L. **Relações entre a Ação e sua Compreensão**. Ribeirão Preto, 1979. (texto).
- _____ **O Papel dos Jogos no Ensino**. Palestra proferida no II Encontro Paulista de Educação Matemática São Paulo, USP, 1991.
- _____ **A importância dos jogos de regras para a construção do conhecimento na Escola**. São Paulo, 1993. (texto).
- _____ **Ensaio Construtivistas**. 2. ed. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1994. 170p.
- _____ **Jogos, Diagnóstico e Intervenção Psicopedagógica**. Palestra proferida no Laboratório de Psicopedagogia. São Paulo, USP, 1997.
- MACEDO, L., PETTY, A. L. S., PASSOS, N. C. **4 Cores, Senha e Dominó**. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1997.167p.

- _____ **Aprender com jogos e situações problemas.** Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.
116p.
- MACHADO, N. J. et al. Jogos no Ensino da Matemática. **Cadernos de Prática de ensino – Série Matemática.** São Paulo: USP, ano1, n.1, 1990.
- MEC – Ministério da Educação – Secretaria de Educação Fundamental - PCN's **Parâmetros Curriculares Nacionais.** Brasília: MEC/SEF, 1998.
- MENDONÇA, M. C. D. **Problematização: um caminho a ser percorrido em Educação Matemática.** Campinas, SP, 1993. Tese de Doutorado. Faculdade de Educação, UNICAMP.
- MENDONÇA, M. C. D., LELLIS, M. Cálculo Mental. **Revista de Ensino de Ciências.** FUNBEC, São Paulo, n. 22, p. 50-60, jul., 1989.
- MISKULIN, R. G. S. **Concepções Teórico- Metodológicas Baseadas em Logo e em Resolução de Problemas para o Ensino/Aprendizagem da Geometria.** Campinas, SP, 1994. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Educação, UNICAMP.
- MOURA, A. R. L. **A Medida e a Criança Pré-Escolar.** Campinas, SP, 1995. Tese de Doutorado. Faculdade de Educação, UNICAMP.
- MOURA, M. O. O Jogo e a Construção do Conhecimento Matemático. **O Jogo e a Construção do Conhecimento na Pré-escola.** Séries Idéias-FDE, São Paulo, v.10, p. 45-53, 1991.
- _____ **A Construção do Signo Numérico em Situação de Ensino.** São Paulo, SP, 1992a, Tese de Doutorado. Faculdade de Educação, USP.
- _____ **O Professor em Formação.** São Paulo: USP, 1992b. (texto)
- _____ **A Atividade de Ensino como Unidade Formadora.** São Paulo: USP, 1994a. (texto)
- _____ A Série Busca no Jogo: do lúdico na Matemática. **A Educação Matemática em Revista.** SBEM – Nacional, ano 2, n.3, 1994b.
- NCTM - National Council of Teachers of Mathematics **Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar.** Tradução Associação de Professores de Matemática (APM) e Instituto de Inovação Educacional de Portugal. 2. ed, 1994.
- OLDFIELD, B J. Games in the Learning of Mathematics. **Mathematics in School.** Articles 1,2,3,4,5, mar.1991/jan.1992.
- PARRA, C. Cálculo Mental na Escola Primária. In: PARRA, C., SAIZ, I. (org.). **Didática da Matemática: reflexões Psicopedagógicas.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. cap.7, p. 186-235.

- PARRA, N. **O Adolescente segundo Piaget**. São Paulo: Pioneira, 1983.
- PEIRCE, C. S. **Semiótica**. Tradução José Teixeira Coelho Neto. São Paulo: Perspectiva, 1977.
- PETTY, A. L. S. **Ensaio sobre o Valor Pedagógico dos Jogos de Regras: uma perspectiva construtivista**. São Paulo, SP, 1995. 133p. Dissertação de Mestrado. Instituto de Psicologia, USP.
- _____ **O Valor Psicopedagógico dos Jogos**. LaPp / USP SP, 1996. (texto)
- PIAGET, J. Psychopédagogie et mentalité enfantine. **Journal de Psychologie Normale et Pathologique**. ano 25, 1928.
- _____ **Para onde vai a Educação?** 3. ed. Tradução Ivette Braga. Rio de Janeiro: José Olympio. 1975. 80p.
- _____ **A Formação do Símbolo na Criança: imitação, jogo e sonho, imagem e representação**. 3. ed. Tradução Álvaro Cabral e Christiano Monteiro Oiticica. Rio de Janeiro: Zahar, 1978. 370p.
- _____ **O Possível e o Necessário: evolução dos necessários na criança**. Porto Alegre: Artes Médicas, v.1/2, 1986.
- _____ **Abstração Reflexionante**. Tradução Fernando Becker e Petronilha B. G. da Silva. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995. 292p.
- _____ **As Formas Elementares da Dialética**. Tradução Fernanda Mendes Luiz. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1996. 428p.
- _____ Observações Psicológicas sobre o trabalho em grupo. In: PARRAT, S., TRYPHON, A. (org.). Tradução Cláudia Berliner **Jean Piaget Sobre a Pedagogia**. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1998. p. 137-151.
- PIAGET, J. et al. **Fazer e Compreender**. São Paulo: Melhoramentos/EDUSP, 1978.
- POZO, J. I. **Teorias Cognitivas da Aprendizagem**. 3. ed. Tradução Juan Acuña Llorens. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998. 284p.
- RAFAEL GÓMEZ, G. Los Juegos Matemáticos en la Enseñanza de la Matemática. **Revista do Instituto de Investigaciones Educativas**. Buenos Aires, Argentina: ano 5, n.2 p. 43-50, jul.,1979.
- RETSCHITZKI, J., GURTNER, J. L. Jouer avec l'ordinateur. In: **L'enfant et l'ordinateur**. Sprimont, Bélgica: Mardaga, 1996. cap.5, p. 81-109.

- ROSA, F. M. A. Aprendizagem através do Jogo. **Revista do Ensino**. Rio Grande do Sul, v. 13, n.101, 1965.
- SALVADOR, C. C. **Constructivismo e Intervencion Educativa: como enseñar lo que se ha de construir?** 1991. (texto)
- SANTOS, G. C. **Manual de Organização de Referências e Citações Bibliográficas para Documentos Impressos e Eletrônicos**. Campinas: Autores Associados/UNICAMP, 2000. 92p.
- SCHOENFELD A.; ARCAVI, A. On the meaning of variable. **Mathematics Teacher**. Set., 1988.
- SIGEL, I. E. **Is the Concept of the Concept Still Elusive or What Do We Know About Concept Development?** [s. n. t.]. p. 140-173.
- SOARES, F. L. **A Decisão Judicial e o Raciocínio Tópico-abdutivo do Juiz**. Lisboa: Cosmos, 1993.
- SOUZA, M. T. C. C. Os Jogos de Regras e sua Utilização pelo Professor. **Revista de Educação**. ano 23, n.90, p. 28-34, jan./mar. 1994.
- _____ Intervenção psicopedagógica: como e o que planejar?. In: SISTO, F. F. et al. (org.). **Atuação Psicopedagógica e Aprendizagem Escolar**. Petrópolis: Vozes, 1996. cap.6, p.113-126.
- UDINA ABELLÓ, F. **Aritmética Y Calculadoras**. Madrid, Espanha: Editorial Sintesis, 1992. 176p.
- VYGOTSKY, L. S. **A Formação Social da Mente**. 4. ed. Tradução José Cipolla Neto e outros. São Paulo: Martins Fontes, 1991. 168p.
- ZAIA, L. L. **A Solicitação do Meio e a Construção das Estruturas Operatórias em Crianças com Dificuldades de Aprendizagem**. Campinas, SP, 1996. 255p. Tese de Doutorado. Faculdade de Educação, UNICAMP.

ANEXOS

SJOELBAK – Regras e situações-problema

O Sjoelbak é jogado numa prancha de arremesso. Numa das extremidades fica a posição de “tiro” e na outra o “alvo”, que tem quatro casas, numeradas na seguinte ordem: 2 – 3 – 4 – 1. Os arremessos são feitos com trinta discos de madeira. O número de jogadores não é limitado, podendo ser individual ou em grupo. O objetivo de cada jogador ou parceiros é atingir as casas do alvo com os discos de madeira que arremessa, fazendo-os deslizar de uma extremidade à outra da prancha. Os competidores jogam alternadamente arremessando os 30 discos. Para que um arremesso valha pontos, é necessário que o disco ultrapasse totalmente a linha de entrada da casa.

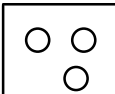
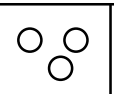
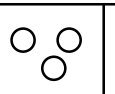
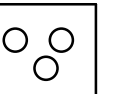
Após um primeiro arremesso, o jogador tem o direito a mais duas jogadas para relançar os discos que não tenham atingido as casas ou que ficaram sobrepostos. (Obs: No âmbito deste estudo, o jogador só terá direito a mais uma jogada).

A contagem de pontos é realizada da seguinte forma:

- (1) Contagem da quantidade de peças comuns às quatro casas. Cálculo dos pontos comuns com os respectivos valores de cada casa e multiplicado por 2 (Bônus);
- (2) Cálculo dos pontos que sobraram com os respectivos valores de cada casa;
- (3) Soma dos valores de (1) e (2).

Por exemplo, suponhamos que as seguintes peças foram colocadas:

- (1) 3 é quantidade comum, assim:

2	3	4	1		casas	peças	total		
									
					2	X	3	= 6	
					3	X	3	= 9	
					4	X	3	= 12	
					1	X	3	= 3	
								30	bônus 60

(2) Sobras:

casas		peças	=	total
2	X	2	=	4
3	X	0	=	0
4	X	3	=	12
1	X	1	=	1
				17 pontos

(3) Total de pontos: $60 + 17 = 77$ pontos

Nesse jogo, quem fizer o maior número de pontos é o vencedor.

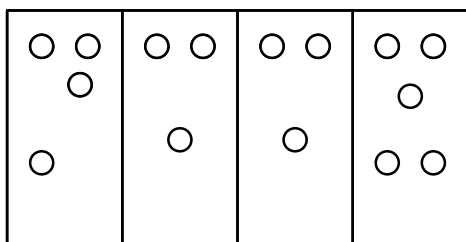
Situações-problema¹²

Situação 1

Observe as duas situações finais de jogo e tente descobrir, sem fazer os cálculos, quem foi o vencedor. Justifique sua escolha.

Jogador 1

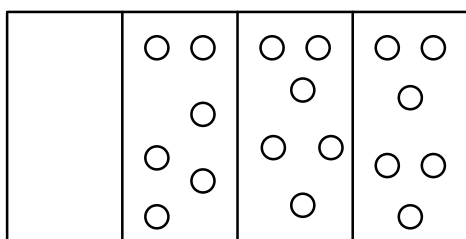
2 3 4 1



Total de peças colocadas: 15

Jogador 2

2 3 4 1



Total de peças colocadas: 18

¹² Situações-problema publicadas em Macedo et al. 2000.

Situação 2

O que é mais vantajoso: colocar um maior número de peças nas casas 3 e 4 ou tentar distribuir melhor as peças entre as casas? Por quê?

Situação 3

Um jogador teve um aproveitamento de 19 peças, sem conseguir bônus. Qual é o máximo de pontos possível nesta situação?

Situação 4

Se um jogador distribuiu 18 fichas da melhor maneira possível, quantos pontos fez?

Situação 5

Qual o maior número de pontos possível numa partida?

Situação 6

Ganhando bônus, uma pessoa fez 58 pontos. Colocou quatro fichas na casa 4 e cinco fichas na casa 3. Quantas fichas acertou nas casas 1 e 2? Qual o número total de fichas encaçapadas?

Tabuleiro do jogo Contig 60[®]

0	1	2	3	4	5	6	7
27	28	29	30	31	32	33	8
26	54	55	60	64	66	34	9
25	50	120	125	144	72	35	10
24	48	108	180	150	75	36	11
23	45	100	96	90	80	37	12
22	44	42	41	40	39	38	13
21	20	19	18	17	16	15	14

SITUAÇÕES-PROBLEMA COM O JOGO CONTIG 60

Situação 1 : Temos a seguinte situação de jogo:
Peças colocadas : casas 29, 31, 54, 125, 66, 72

- c) Quantas possibilidades o próximo jogador tem de ganhar 3 pontos? E 2 pontos?
- d) Para cada uma destas situações, indique uma solução possível (números e operações)

Situação 2 : Um jogador já tirou 5 em um dos dados. Quanto ele precisa tirar nos outros dois dados e quais operações precisa fazer para que possa colocar sua peça na casa 28?

Situação 3 : As seguintes casas estão preenchidas: 9, 10, 31, 34, 36, 55, 60, 66, 72 e 108.

- c) Para conseguir o maior número de pontos, qual casa deve ser preenchida?
- d) Que números você precisaria tirar nos dados para preencher esta casa, sendo válidas somente as operações de adição e multiplicação? (apresente 4 soluções distintas possíveis)

Situação 4 : Qual o número máximo que poderia constar no tabuleiro? Justifique a sua resposta

Situação 5 : Liste todas as possibilidades distintas de se conseguir o número 22, segundo as regras do jogo.

Situação 6 : Qual é o menor número do tabuleiro que se pode obter, utilizando:

- d) Uma adição e uma subtração?
(Obs: Não necessariamente nesta ordem)
- e) Uma divisão e uma adição? (Válida a observação)
- f) Uma multiplicação e uma adição? (Válida a observação)

Situação 7 : Qual é o maior número do tabuleiro que se pode obter, utilizando:

- e) Somente subtrações?

f) Somente divisões?

g) Uma adição e uma multiplicação?
(Obs: Não necessariamente nesta ordem)

h) Uma adição e uma subtração? (Válida a observação)

Situação 8 : Situação do tabuleiro (peças colocadas):

VERMELHAS	1 – 2 – 29 – 31 – 34 – 36 – 37 – próximo a jogar
AZUIS	3 – 5 – 32 – 54 – 60 – 64 – 80 – 150

a) Se os números que saíram nos dados foram 5 , 5 e 6, qual a melhor jogada a ser feita pelo jogador vermelho? Justifique a sua resposta.

b) Com esses números 5,5 e 6 é possível chegar no número 0 (zero)? Justifique sua resposta.

Situação 9 : É possível saber quantas contas diferentes podem ser feitas utilizando os 3 dados e as 4 operações básicas? Justifique a sua resposta.

Situação 10 : Por que o número 47 não consta no tabuleiro? Justifique a sua resposta.